WIRTSCHAFTLICHES WACHSTUM MIT ZWEI ENDOGENEN FAKTOREN

Die Überprüfung eines Modells für Deutschland 1850 - 1913

1969

Rainer Feuerstack

~~1971~~

Dissertationsdruck- und Verlagsanstalt
Werner Blasaditsch · 89 Augsburg · Theodor-Heuß-Platz 3 · Tel. (0821) 25563

WIRTSCHAFTLICHES WACHSTUM
MIT ZWEI ENDOGENEN FAKTOREN.

Die Überprüfung eines Modells für Deutschland
1850 - 1913.

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Wirtschaftswissenschaft

durch die

Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät
der
Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

vorgelegt durch
Diplom-Volkswirt Rainer Feuerstack
aus Bad Polzin (Pommern)
1971

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Erster Berichterstatter:	Prof. Dr. Hoffmann
Zweiter Berichterstatter:	Prof. Dr. Bleymüller
Dekan:	Prof. Dr. Seidenfus
Tag der mündlichen Prüfung:	21. Mai 1969

Inhaltsverzeichnis

1.	Thematik und Aufgabe der Untersuchung unter besonderer Berücksichtigung der Bestimmungen eines ökonomischen Theoriekerns	1
1.1.	Vorstellung und Ziele der Untersuchung	1
1.1.1.	Das verhaltenswissenschaftliche Konzept beschränkt und dient Nachfragemodelle mit zwei endogenen Variablen	1
1.1.2.	Die Überprüfung demokratischer Hypothesen und ihre wahrscheinlichen Beiträge	9
1.2.	Möglichkeiten von Aussagen sowie empirischen Theoriekerns	11
2.	Darstellung von Analyse der Bestandteile des Modells	16
2.1.	Die Produktionsfunktion	17
2.1.1.	Verteilung des funktionalen Zusammenhangs	17
2.1.2.	Formaler Ansatz der funktionalen Zusammenhangs	17
2.2.	Die Konstantinstitution der Nordbewegung	18
2.2.1.	Darstellung des funktionalen Zusammenhangs	18
2.2.2.	Formaler Ansatz des funktionalen Zusammenhangs	19
2.2.2.1.	Die Wirkungen partieller Parameterverschiebungen auf die Höhe der Nachfragekurve der Nordbewegung	19

Inhaltsverzeichnis

1.	Thematik und Methodik der Untersuchung unter besonderer Berücksichtigung des Aussagewertes eines empirischen Theorietests	1
1.1.	Fragestellung und Thema der Untersuchung	1
1.1.1.	Das bevölkerungstheoretische Konzept makroökonomischer Wachstumsmodelle mit zwei endogenen Faktoren	1
1.1.2.	Die Überprüfung demographischer Hypothesen und ihre wachstumstheoretische Relevanz	9
1.2.	Möglichkeiten und Grenzen eines empirischen Theorietests	12
2.	Darstellung und Analyse der Bestandteile des Modells	16
2.1.	Die Produktionsfunktion	17
2.1.1.	Darstellung des funktionalen Zusammenhangs	17
2.1.2.	Formaler Gehalt des funktionalen Zusammenhangs	17
2.2.	Die Wachstumsfunktion der Bevölkerung	18
2.2.1.	Darstellung des funktionalen Zusammenhangs	18
2.2.2.	Formaler Gehalt des funktionalen Zusammenhangs	19
2.2.2.1.	Die Wirkungen partieller Parametervariationen auf die Höhe der Wachstumsrate der Bevölkerung	19

2.2.2.1.1.	Variation des tatsächlichen Arbeitseinkommens	19
2.2.2.1.2.	Variation des kritischen Arbeitseinkommens	
2.2.2.1.3.	Variation des Proportionalitätsfaktors	23
2.2.2.1.4.	Zusammenfassung	24
2.2.2.2.	Zweifache kompensatorische Parametervariation unter Konstanz der Wachstumsrate der Bevölkerung	26
2.2.2.2.1.	Variation des kritischen Arbeitseinkommens	26
2.2.2.2.2.	Variation des tatsächlichen Arbeitseinkommens	30
2.2.2.2.3.	Variation des Proportionalitätsfaktors	31
2.2.2.3.	Dreifache kompensatorische Parametervariation unter Konstanz der Wachstumsrate der Bevölkerung	32
2.3.	Die Wachstumsfunktion der Ersparnisbildung	36
2.3.1.	Darstellung des funktionalen Zusammenhangs	36
2.3.2.	Formaler Gehalt des funktionalen Zusammenhangs	37
2.4.	Zusammenfassung	
3.	Implikationen der Grundbeziehungen des Modells zu zusätzliche Annahmen zur Verknüpfung der Variablen in einem interdependenten Beziehungssystem	38
3.1.	Modifikation der Produktionsfunktion	38
3.2.	Erweiterung und Modifikation der Wachstumsfunktion der Bevölkerung	38
3.2.1.	Bevölkerungsgröße und Zahl der eingesetzten Arbeitskräfte	38

3.2.2.	Relative Wachstumsrate und absoluter Bestand an Arbeitskräften	39
3.2.3.	Reales Arbeitseinkommen und durchschnittliche Arbeitsproduktivität	40
3.3.	Erweiterung und Modifikation der Wachstumsfunktion der Ersparnisse	42
3.3.1.	Sparen und Investieren	43
3.3.2.	Relative Wachstumsrate und absoluter Bestand an Sachkapital	44
3.3.3.	Reales Kapitaleinkommen und durchschnittlicher Kapitalkoeffizient	44
3.4.	Zusammenfassung	45
4.	Kritische Beziehungen der Variablen des Modells untereinander zu einem gegebenen Zeitpunkt	49
4.1.	Alternative Faktorkombination für gleichbleibende relative Zuwachsraten der Einsatzmenge eines Faktors	51
4.1.1.	Die Niveauelastizität des Produktionsprozesses	53
4.1.2.	Die partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren	54
4.1.3.	Die partiellen Grenzproduktivitäten der Faktoren	55
4.2.	Alternative Faktorkombination für stationäre Einsatzmengen eines Faktors	56
4.3.	Alternative Faktorkombination für stationäre Einsatzmengen beider Faktoren	61
5.	Hypothetische Expansionspfade der Variablen des Modells und ihre Beziehung untereinander im Zeitablauf	67

6.	Die Bestimmung der Anwendungsbedingungen des Modells unter besonderer Berücksichtigung der Schätzung unbekannter Parameter	67
6.1.	Die Bestimmung der Anwendungsbedingungen des Modells in ihrer räumlichen und zeitlichen Beziehung	69
6.2.	Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die numerischen Beträge der Modellparameter	78
6.2.1.	Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die partielle Produktionselastizität der Faktoren	79
6.2.1.1.	Berechnung unter der Annahme einer absoluten Konstanz der produktionstheoretischen Parameter	81
6.2.1.2.	Berechnung unter den Annahmen der Grenzproduktivitätstheorie der Faktorentlohnung	86
6.2.1.3.	Berechnung unter der Annahme einer linearen homogenen Produktionfunktion	94
6.2.1.4.	Berechnung unter der Annahme einer nicht-linearen homogenen Produktionsfunktion	102
6.2.1.4.1.	Berechnung mit Hilfe linearer Einfach-Regressionen	104
6.2.1.4.2.	Berechnung mit Hilfe einer orthogonalen linearen Zweifach-Regression	117
6.2.2.	Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die Parameter der bevölkerungstheoretischen Beziehung	121
6.2.2.1.	Anwendungsbedingungen und Aufbereitung des statistischen Materials	121
6.2.2.2.	Berechnung mit Hilfe einer linearen Einfach-Regression	135
6.2.3.	Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die Parameter der kapitaltheoretischen Beziehung	147
6.2.3.1.	Anwendungsbedingungen und Aufbereitung des Materials	147

6.2.3.2.	Berechnung mit Hilfe einer linearen Einfach-Regression	156
7.	Die Gegenüberstellung theoretischer und empirischer Expansionspfade der makroökonomischen Variablen während der Untersuchungsperiode	167
8.	Schlußfolgerung	171
	Literaturverzeichnis	173
	Lebenslauf	177
	Erklärung	178

Verzeichnis der Tabellen

6.1. Die Entwicklung des Produktionsvolumens (Produktion), des Bevölkerungsstandes (Bevölkerung), des Kapitalstandes (Kapital) und zugeordneter markoökonomischer Relationen bezogen auf ein Jahr (1850-1913) 77

6.2. Die Schätzung partieller Produktionselastizitäten der Faktoren Arbeit und Kapital bei gegebener Höhe des Produktionsvolumens und gegebenen Einsatzmengen der Produktionsfaktoren bezogen auf ein Jahr (1850-1913) 85

6.3. Die Berechnung der partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren (Alpha, Beta) bei gegebener Höhe der partiellen Produktionselastizität der Arbeit (Alpha), gemessen an der historischen Höhe der Lohnquote, gegebenem Produktionsvolumen (Produktion) und gegebenen Einsatzmengen der Produktionsfaktoren (Arbeit, Kapital) bezogen auf ein Jahr (1850-1913) 89

6.4. Die Entwicklung des Produktionsvolumens (Produktions), der Einsatzmengen der Produktionsfaktoren (Arbeit, Kapital), der partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren (Alpha, Beta) und der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) unter Berücksichtigung der historischen Höhe der Lohnquote, bezogen auf ein Jahr (1850-1913) 90

6.5. Die Berechnung der partiellen Produktionselastizität der Faktoren (Alpha, Beta) und der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) unter gegebenen Bedingungen bezogen auf ein Jahr (1850-1913) 96

6.6. Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die Höhe der partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren (Alpha, Beta) in Abhängigkeit von der Höhe der Irrtumswahrscheinlichkeit nach Maßgabe einer Konfidenzzahl gemäß Students T-Verteilung (1850-1913) 115

6.7.1. Die Berechnung der partiellen Produktionselastizitäten (Alpha, Beta) bei gegebenem Produktionsvolumen (Produktion) und gegebenen Faktoreinsatzmengen (Arbeit, Kapital) mit Hilfe einer Regressionsanalyse über die Gesamtperiode 1850-1913 ohne Berücksichtigung einer skalaren Konstanten 119

6.7.2. Die Berechnung der partiellen Produktionselastizitäten (Alpha, Beta) bei gegebenem Produktionsvolumen (Produktion) und gegebenen Faktoreinsatzmengen (Arbeit, Kapital) mit Hilfe einer Regressionsanalyse über die Gesamtperiode 1850-1913 ohne Berücksichtigung einer skalaren Konstanten (logarithmierte Werte) 120

6.8. Die Entwicklung der partiellen Produktionselastizität der Faktoren ermittelt aufgrund unterschiedlicher Bedingungen bezüglich der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) 1850-1913) 127

6.9. Die Entwicklung der relativen Zuwachsrate der Bevölkerung gegenüber der folgenden Periode (WR.BEV.) und der Höhe des realen Grenzprodukts der Arbeit (Reallohn) gemessen nach Maßgabe vorgegebener Bedingungen bezüglich der partiellen Produktionselastizität der Arbeit (Alpha) bzw. der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) bezogen auf ein Jahr (1850-1913) 129

6.10. Die Entwicklung der realen Lohn- und Zinssätze ermittelt aufgrund unterschiedlicher Bedingungen bezüglich der Höhe der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) für die Periode 1850-1913 131

6.11. Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die Höhe der Proliferationsrate der Bevölkerung sowie eines realen Mindestlohnsatzes unter Annahme eines Betrages für die Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe von 1,3299 in Abhängigkeit von der Höhe der Irrtumswahrscheinlichkeit nach Maßgabe einer Konfidenzzahl gemäß Students T-Verteilung (1850-1913) 140

6.12. Die Entwicklung der relativen Zuwachsrate des Kapitalstocks gegenüber der folgenden Periode (WR.KAP.) und der Höhe des realen Grenzprodukts des Kapitals (Realzins) gemessen nach Maßgabe vorgegebener Bedingungen bezüglich der partiellen Produktionselastizität der Faktoren (Alpha, Beta) bzw. der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) bezogen auf ein Jahr (1850-1913) 149

6.13. Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die Höhe der Sparneigung aus Kapitaleinkommen sowie einer realen Mindestverzinsung des Kapitaleinsatzes unter Annahme eines Betrages für die Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe von 1,3299 in Abhängigkeit von der Höhe der Irrtumswahrscheinlichkeit nach Maßgabe einer Konfidenzzahl gemäß Students T-Verteilung (1850-1913) 159

6.14. Alternative Parameterkonstellationen unter Berücksichtigung ihrer Schätzwerte einschließlich der Grenzwerte eines Vertrauensintervalls bezogen auf eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,5 Prozent (1850-1913) 166

Verzeichnis der Schaubilder

6.1. Die Entwicklung der partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren (Alpha, Beta) sowie der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) unter Berücksichtigung der historischen Höhe der Lohnquote (1850-1913) 91

6.2. Die Entwicklung der partiellen Produktionselastizität der Arbeit (Alpha) ermittelt unter Berücksichtigung der historischen Höhe der Lohnquote (Alpha 1) sowie der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) in Höhe eines hypothetischen Betrages von Eta = 1. (Alpha 2) bzw. Eta = 1.32987 (Alpha 3) 97

6.3. Die Entwicklung der partiellen Produktionselastizität des Kapitals (Beta) ermittelt unter Berücksichtigung der historischen Höhe der Lohnquote (Beta 1) sowie der Niveauelastizität des Produktionsprozessen (Eta) in Höhe eines hypothetischen Betrages von Eta = 1. (Beta 2) bzw. Eta = 1.32987 (Beta 3) für die Periode 1850-1913 98

6.4. Die Entwicklung eines theoretischen Höchstwertes für die partielle Produktionselastizität der Arbeit (HW.Alpha) sowie seiner Relation zu einem entsprechenden Wert bezüglich der partiellen Produktionselastizität des Kapitals (Rel.Beta) 1850-1913 106

6.5. Die Entwicklung des realen Lohnsatzes ermittelt aufgrund unterschiedlicher Bedingungen bezüglich der historischen Höhe der Lohnquote (Reallohn 1) sowie der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) in Höhe von Eta = 1 (Reallohn 2) bzw. Eta = 1.32987 (Reallohn 3) für die Periode 1850-1913 130

6.6. Die Entwicklung des realen Lohnsatzes ermittelt aufgrund unterschiedlicher Annahmen bezüglich der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) für die Beträge Eta = 1.28892 (Reallohn 1), Eta = 1.32987 (Reallohn 2), Eta = 1.37082 (Reallohn 3) in der Periode 1850-1913 132

6.7. Die Entwicklung der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung (WR.BEV.) gegenüber der Entwicklung des realen Lohnsatzes (Reallohn) unter Annahme einer konstanten Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe von 1.32987 für die Periode 1850-1913 134

6.8. Die Entwicklung der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung gegenüber theoretischen Werten in Abhängigkeit von der Entwicklung des realen Lohnsatzes unter Annahme einer Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe von 1.32987 (1850-1913) 143

6.9. Die Entwicklung des realen Zinssatzes ermittelt aufgrund unterschiedlicher Bedingungen bezüglich der historischen Höhe der Lohnquote (Realzins 1) sowie der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) in Höhe von Eta = 1 (Realzins 2) bzw. Eta = 1.32987 (Realzins 3) 1850-1913 150

6.10. Die Entwicklung des realen Zinssatzes ermittelt aufgrund unterschiedlicher Annahmen bezüglich der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta) für die Beträge Eta = 1.28892 (Realzins 1), Eta = 1.32987 (Realzins 2), Eta = 1.37082 (Realzins 3) in der Periode 1850-1913 151

6.11. Die Entwicklung der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks (WR.KAP.) gegenüber der Entwicklung des realen Zinssatzes (Realzins) unter Annahme einer konstanten Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe von 1.32987 für die Periode 1850-1913 155

6.12. Die Entwicklung der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks gegenüber theoretischen Werten in Abhängigkeit von der Entwicklung des realen Zinssatzes unter Annahme einer Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe von 1.32987 (1850-1913) 165

1. Thematik und Methodik der Untersuchung unter besonderer Berücksichtigung des Aussagewerts eines empiritschen Theorietests

1.1. Fragestellung und Thema der Untersuchung

1.1.1. Das bevölkerungstheoretische Konzept makroökonomischer Wachstumsmodelle mit zwei endogenen Faktoren

Die neuere Wachstumstheorie ist in zunehmendem Maße mit der Einordnung bevölkerungstheoretischer Hypothesen in ein interdependentes Beziehungssystem makroökonomischer Variablen befaßt.

Dieses gestattet im allgemeinsten Fall, ihre Entwicklung als das Resultat interdependenter Interaktionsprozesse zwischen der Höhe des Produktionsvolumens, der Bevölkerung und des Sachkapitalbestandes einer Volkswirtschaft zu interpretieren.

1. Einer der ersten Ansätze zu dieser Fragestellung ist von Haavelmo[1)] entsprechend nachfolgender Beziehung entwickelt worden:

$$\frac{\dot{N}}{N} = \alpha - \beta \frac{N}{X} \tag{1.1}$$

Im Rahmen dieses "Gesetzes des Bevölkerungswachstums" bezeichnet N, unter Vernachlässigung der Altersstruktur, die Größe einer Bevölkerung, $\dot{N}$ oder $\frac{dN}{dt}$ ihre Veränderung in der Zeitspanne t, X den Betrag verfügbarer Konsumgüter sowie α und β jeweils eine positive Konstante.

---

1) Haavelmo, Trygve, A Study in the Theory of Economic Evolution. (Contributions to Economic Analysis, Vol.III), Amsterdam 1954, S. 25 f, S. 28, S. 39

Der Parameter α kann nach Haavelmo hierbei als Lebendgeburtziffer und der Ausdruck $\beta \cdot \frac{N}{X}$ als allgemeine Sterbeziffer der Gesamtbevölkerung interpretiert werden. Hierbei ergibt $\frac{N}{X}$ ein gewisses Maß für die Bevölkerungsdichte zu einem Zeitpunkt.

Eine zweite Hypothese[1)] betrachtet das Bevölkerungswachstum in der Weise als abhängig von der Höhe des bestehenden Sachkapitalbestandes (K), daß die Sterbeziffer umgekehrt proportional mit dem Kapitalbestand pro Kopf der Bevölkerung variiert.

$$\frac{\dot{N}}{N} = \alpha - \beta \cdot \frac{N}{K} \tag{1.2}$$

Dieser Hypothese liegt die Vorstellung zugrunde, daß angesammelte Vorräte u.a. dazu beitragen, Notzeiten zu überbrücken, bessere Wohnverhältnisse zu schaffen, sowie durch Erleichterung der körperlichen Arbeit und Gesundheitsfürsorge die Lebenserwartung zu verlängern.

In einem weiteren einfachen Ansatz[2)] wird die Geburtenrate mit einem gewissen Index des Bildungsniveaus (S), vermittelt durch eine Konstante τ verbunden.

$$\frac{\dot{N}}{N} = \frac{\alpha}{1+\tau \cdot S} - \beta \cdot \frac{N}{K} \tag{1.3}$$

Als ein Maß des Ausbildungsstandes wird nach einer einfachen Annahme unter Berücksichtigung eines autonomen Anfangswertes μ_0 die Kapitalausstaltung pro Kopf der Bevölkerung bestimmt und mit dem Faktor μ gewichtet:

---

1) Haavelmo, Trygve, a.a.O., S. 42

2) Haavelmo, Trygve, a.a.O., S. 43

(1.3.1) $$S = \mu \cdot \frac{K}{N} + \mu_o$$

Nach Maßgabe dieser Hypothesen ist die Entwicklung der Bevölkerung lediglich eine Funktion ihrer Kapitalausstaltung pro Kopf:

(1.4) $$\frac{\dot{N}}{N} = \frac{\alpha}{1+\tau\mu_o + \tau\mu \cdot \frac{K}{N}} - \beta \frac{N}{K}$$

2. Zwei weitere einander ähnliche Beiträge stammen von Leibenstein[1] und Nelson[2]. Nelson geht zur Bestimmung der Bevölkerungsentwicklung von folgenden Beziehungen aus:

(1.5) $$\frac{dP}{P} = p\left(\frac{Y}{P} - S\right) \quad \text{für} \quad \frac{Y}{P} < \left(\frac{Y}{P}\right)'$$

$$\frac{dP}{P} = \left(\frac{dP}{P}\right)^* \quad \text{für} \quad \frac{Y}{P} \geq \left(\frac{Y}{P}\right)'$$

In dem voranstehenden Zusammenhang bezeichnet P die Größe der Bevölkerung, $\frac{dP}{P}$ ihre relative Zuwachsrate, $\left(\frac{dP}{P}\right)^*$ deren maximal möglichen Wert, S das Existenzminimum an Gütern pro Kopf der Bevölkerung, Y das reale Volkseinkommen einer Periode, $\left(\frac{Y}{P}\right)'$ die Höhe des Pro-Kopf-Einkommens, bei dessen Überschreiten Einflüsse auf die Sterberate vernachlässigt werden können, sowie p eine Proportionalitätskonstante.

---

1) Leibenstein, Harvey, Economic Backwardness and Economic Growth, New York 1957, S. 132

2) Nelson, Richard R., A Theory of the Low-Level Equilibrium Trap in Underdeveloped Economies. "The American Economic Review", Menasha, Wisc., Vol. 46 (1956), S. 895-908

Dem vorliegenden Ansatz liegen die für die demographische Situation in Entwicklungsländern charakteristischen Annahmen zugrunde.

Sie besagen, daß in Regionen mit niedrigem Pro-Kopf-Einkommen kurzfristige Änderungen des Bevölkerungswachstums durch Variationen der Sterbeziffern bedingt sind, die aus Änderungen des Pro-Kopf-Einkommens resultieren. Aus diesem Grunde wird ab einer bestimmten Einkommensgrenze die Reagibilität der Bevölkerungsentwicklung auf Einkommensänderungen vernachlässigt, weil sich die Wirkungen auf die Höhe der allgemeinen Sterbeziffer abschwächen.

Es handelt sich damit um eine demographische Hypothese mit kurzfristiger Geltung. Sie läßt die langfristigen Wirkungen eines gleichbleibend hohen Einkommens auf die Geburten- und Sterbeziffern außer Acht und unterstellt einen gegebenen medizinischen Wissensstand bei gleichbleibender Gesellschafts- und Einkommensstruktur.

3. Solow[1] schlägt im Rahmen seines grundlegenden wachstumstheoretischen Betrags als Variante vor, die relative Zuwachsrate der Bevölkerung durch eine Verknüpfung mit dem Einkommen, dem Konsum pro Kopf oder dem realen Lohnsatz als endogene Variable seinem System einzufügen.

4. Hagen[2] beschränkt sich in seinem Beitrag darauf, die Bevölkerungswachstumsrate mit dem Pro-Kopf-Einkommen

---

1) Solow, Robert,R.M., A Contribution to the Theory of Economic Growth. "The Quarterly Journal of Economics", Cambridge, Mass., Vol. 70 (1956), S. 90

2) Hagen, Everett, E., Population and Economic Growth. "The American Economic Review", Menasha, Wisc., Vol.49 (1959), S. 316

so lange als steigend anzunehmen, bis sie auf einen maximalen, gleichbleibenden Niveau verharrt, das durch biologische Grenzen bestimmt ist.

5. Niehans[1] benutzt in seiner Abhandlung über ein ökonomisches Wachstumsmodell mit zwei endogenen Faktoren in einer ersten Hypothese die Vorstellung von zwei Bevölkerungsklassen; "Kapitallisten und Proletarier im wörtlichen Sinn", wobei das Bevölkerungswachstum ausschließlich von der zweiten Klasse getragen wird.

Die Zuwachsrate der Bevölkerung (L) wird linear über den Faktor p durch die Differenz des effektiven Lohnsatzes (w_r) zu einem Mindestlohnsatz (w_m) bestimmt:

$$\frac{\dot{L}}{L} = p\ (w_r - w_m) \tag{1.6}$$

In einer zweiten Hypothese[2] wird anstelle des Reallohnsatzes das Einkommen pro Kopf verwendet. Bezeichnet p wieder einen Proportionalitätsfaktor, y das tatsächliche und m_L ein vorgegebenes minimales Pro-Kopf-Einkommen als Existenzminimum, so gilt:

$$\frac{\dot{L}}{L} = p\ (y - m_L) \tag{1.7}$$

Niehans läßt es dahingestellt, ob p als "marginal propensity to proliferate" positiv oder negativ anzunehmen ist, neigt jedoch zu dem intuitiven Schluß, daß sowohl für wirtschaftlich unterentwickelte wie entwickelte Länder der Wert positiv ist.

---

1) Niehans, Jürg, Economic Growth with two Endogenous Factors. "The Quarterly Journal of Economics", Cambridge, Mass., Vol. 77 (1963), S. 351

2) Niehans, Jürg , a.a.O., S. 359

Niehans bezeichnet seinen Ansatz als rudimentär, erwartet jedoch aufgrund dessen Einfachheit gleichwohl wichtige Einsichten in die Konsequenzen der Annahme eines endogen bestimmten Bevölkerungswachstums.

6. Enke[1] geht zur Bestimmung der Bevölkerungsentwicklung in Fortführung der wachstumstheoretischen Ansätze Nelsons von entsprechenden Hypothesen aus.

Die Sterbeziffer (d) ist eine abhängige Variante des Pro-Kopf-Einkommens $(\frac{Y}{P})$, die Geburtenziffer (b) ist dagegen exogen gegeben. Es besteht ein kritischer Wert für das Einkommen pro Kopf $(\frac{Y}{P})'$, für welchen die Sterbeziffer gleich der Geburtenziffer und damit der Zuwachs der Bevölkerung (P) gleich Null ist.

Der Funktionsausdruck der Hypothese lautet unter Berücksichtigung eines konstanten Faktors a :

$$\frac{\frac{dP}{dt}}{P} = a \left[b - d\left(\frac{Y}{P}\right) \right] \tag{1.8}$$

7. Beckmann[2] führt die Zahl der Geburten in linearer Abhängigkeit auf die Höhe des Arbeitseinkommens und die Zahl der Todesfälle direkt über einen konstanten Bruchteil (m) auf die absolute Größe einer Bevölkerung (L) zurück.

---

1) Enke, Stephen, Population and Development: A General Model. "The Quarterly Journal of Economics"., Cambridge, Mass., Vol. 77 (1963), S. 56

2) Beckmann, Martin, Wirtschaftliches Wachstum bei abnehmendem Skalenertrag. (Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F. Bd. 34, Berlin 1965, S. 101

Daraus ergibt sich im Gegensatz zu Nelson und Enke eine endogene Abhängigkeit der Geburtenziffer über den Faktor b vom Arbeitseinkommen pro Kopf oder dem Lohnsatz (F_L) . Die Sterbeziffer (m) ist dagegen exogen vorgegeben.

$$(1.9) \qquad \frac{\dot{L}}{L} = bF_L - m$$

Als Modifizierung seines Modells trennt Beckmann[1] die Beschäftigten (L) von der Gesamtbevölkerung (N) und gelangt unter Fortführung seiner bevölkerungstheoretischen Annahmen zu dem Ausdruck:

$$(1.10) \qquad \frac{\dot{N}}{N} = b \cdot \left(\frac{L}{N}\right) \cdot F_L - m$$

8. Krelle[2] bestimmt als erste Variante einer Grundhypothese die Wachstumsrate der Bevölkerung (N) als proportional zur relativen Abweichung des realisierten Konsums (C) pro Kopf von einem als normal angesehenen Lebensstandard. Dieser ist dem Pro-Kopf-Einkommen δ Perioden vor dem betrachteten Zeitpunkt t gleich.

Damit erhält Krelle unter Verwendung eines konstanten Proportionalitätsfaktors a die Beziehung:

$$(1.11) \qquad \frac{\dot{N}_t}{N_t} = a \cdot \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_t - \left(\frac{C}{N}\right)_{t-\delta}}{\left(\frac{C}{N}\right)_t}$$

---

1) Beckmann, Martin, a.a.O., S. 110

2) Krelle, Wilhelm, Bevölkerungsentwicklung und Wirtschaftswachstum. (Schriften des Vereins für Sozialpolitik, N.F. Bd. 34, Berlin 1965, S. 138

In einer zweiten Variante[1)] wird der Proportionalitätsfaktor a nicht als konstant, sondern umgekehrt proportional zur Höhe des Konsums pro Kopf betrachtet:

$$(1.11.1) \qquad a = a_t = a_o \frac{1}{(\frac{C}{N})_t}$$

Zu dieser Annahme sieht sich Krelle dadurch veranlaßt, "daß mit höherem Lebensstandard normalerweise Wissen und Bildung zunehmen und die Neigung, eine große Familie aufzuziehen, abnimmt...". Damit erhält er als Bevölkerungsgesetz der zweiten Variante:

$$(1.12) \qquad \frac{N_t}{N} = a_o \frac{1}{(\frac{C}{N})_{t-\delta}} - \frac{1}{(\frac{C}{N})_t}$$

9. Faßt man nach diesem kursorischen Überblick die Behandlung demographischer Hypothesen im Rahmen wachstumstheoretischer Modelle zusammen, so ergibt sich als herrschende Ansicht, daß das Bevölkerungswachstum langfristig schlechthin (Solow, Hagen, Niehans, Krelle) oder über die Geburtenziffer bei vorgegebener Sterbeziffer (Beckmann) oder aber kurzfristig über die Sterbeziffer bei exogen bestimmter Geburtsziffer (Haavelmo, Nelson, Enke) als eine unmittelbare Funktion des Lebensstandards angesehen werden kann.

Historisch erinnern die verwendeten Hypothesen an die Konzeption des "ehernen Lohngesetzes" sozialistischer

---

1) Krelle, Wilhelm, a.a.O., S. 138

Bevölkerungstheoretiker wie Lassalle[1].

Die Parallele ist umso auffälliger, als es sich sowohl in Westeuropa Mitte des 19. Jahrhunderts als auch in den wirtschaftlich unterentwickelten Gebieten der Gegenwart, auf welche die vorgetragenen Annahmen teilweise besonders zugeschnitten sind, um Gesellschaften in der Anfangsphase ihres Industriealisierungsprozesses handelt.

1.1.2. Die Überprüfung demographischer Hypothesen und ihre wachstumstheoretische Relevanz

1. Den dargestellten bevölkerungstheoretischen Ansätzen ist ihre starke Einfachheit gemeinsam. Diese erleichtert es zwar, den formalen Bezug zu ausgewählten Variablen eines interdependenten Beziehungssystem herzustellen, läßt ihren empirischen Gehalt jedoch zweifelhaft erscheinen. Damit sollen die deskriptiven Qualitäten der verliegenden Ansätze, falls entsprechende Zusammenhänge tatsächlich zu beobachten sind, nicht geschmälert werden. Sie allein vermögen jedoch nur eine geringe Einsicht in die ihnen zugrundeliegenden sozialen Zusammenhänge und ihre Erklärung zu liefern.

2. Eine negative Korrelation der allgemeinen Sterbeziffer mit dem Einkommen erscheint relativ einsichtig, wenn man an den Ausbau des Gesundheitswesens und sonstiger sozialer und fürsorgerischer Einrichtungen im wirtschaftlichen und zivilisatorischen Entwicklungsprozeß denkt.

---

1) Lassalle, Ferdinand, Herr Bastiat-Schultze von Delizsch, der ökonomische Julian, oder Kapital und Arbeit, o.O. 1864

Damit ist aber die Frage nach ihrer Erklärung aufgrund realitätsbezogener und informativer Hypothesen mit Hilfe eindeutig quantifizierbarer sozio-ökonomischer Größen nicht beantwortet.

Noch problematischer erscheinen die gebildeten Annahmen über die Bestimmungsgründe der Geburtenziffer, sei es direkt oder indirekt über die Gesamtbevölkerung unter Vernachlässigung der Sterbeziffer.

Wird die Annahme einer positiven Reaktion der Geburtenziffer auf Veränderungen des Lebensstandards auf die unmittelbare Umgebung eines Existenzminimums bezogen, das so definiert ist, daß bei seiner Realisierung die Geburtenziffer auf das Niveau der Sterbeziffer absinkt, so ist diese Annahme tautologisch und daher zwangsläufig richtig.

Diese Überlegung erlaubt jedoch keine Aussage über die allgemeinen Bestimmungsgründe der Geburtenhäufigkeit, die auch außerhalb der Umgebung eines im voranstehenden Sinne definierten Existenzminimums gelten.

3. Eine Möglichkeit, demographische Hypothesen zu begründen und zu überprüfen, wäre in der Konstruktion einer sozialpsychologischen Versuchsanordnung zu sehen, die es gestattet, die Voraussetzungen und Aussagen eines Theorems jeweils unabhängig voneinander zu analysieren.

Diese Möglichkeit besteht jedoch im Rahmen ökonomischer Analysen für die Überprüfung demographischer Hypothesen mangels einer Integration der Sozialwissenschaften nicht. Daraus folgt, daß metaökonomische Ausgangshypothesen ökonomische Modellzusammenhänge nur im Wege einer Falsifizierung des Gesamtmodells zurückgewiesen werden können und keine Möglichkeit besteht, die Fehler innerhalb des theoretischen Gesamtzusammenhangs systematisch zu lokalisieren. Auch die Verwendung alternativer Hypothesen er-

laubt es nicht, in der Tatsache des Scheiterns eines erneuten Falsifizierungsversuchs eine inhaltliche Bestätigung der kritischen Hypothesen zu sehen, die über die Feststellung ihrer komplikationslosen Einführung hinausgeht.

4. Unabhängig von der unzureichenden Überprüfbarkeit einzelner Hypothesen können jedoch die interdependenten Wirkungsmechanismen zwischen den hypothetischen Beziehungen eines theoretischen Systems analysiert werden. Auf diese Weise ist es möglich, die Relevanz demographischer Annahmen für die Aussagen wachstumstheoretischer Modelle zu überprüfen und unabhängig von der Frage ihrer speziellen Überprüfbarkeit zu gewichten.

Die Untersuchung der wachstumstheoretischen Relevanz demographischer Hypothesen läßt es tunlich erscheinen, sich auf einen überschaubaren Modellzusammenhang zu beschränken.

Ein einfaches Konzept der Zuordnung makroökonomischer Variablen unter Berücksichtigung von zwei endogenen Produktionsfaktoren liegt dem Niehans'schen Ansatz in seiner ersten Version zugrunde.

Er verbindet die Höhe des Produktionsvolumens mit der Größe der Gesamtbevölkerung und des Sachkapitalbestandes interdependent durch drei grundlegende Beziehungen. Sie enthalten den Zusammenhang der Produktionsfaktoren untereinander und die jeweilige Abhängigkeit ihrer Bestände von der Höhe des Produktionsvolumens.

5. Anhand des Niehans'schen Modells, soll die wachstumstheoretische Relevanz demographischer Grundhypothesen exemplarisch untersucht werden. Darüberhinaus wird das Gesamtmodell mit dem Ziel seiner Falsifizierung einen empirischen Theorietest unterworfen.

1.2. Möglichkeiten und Grenzen eines empirischen Theorietests

Die Beurteilung realitätsbezogener Theorien durch die Konfrontation ihrer Aussagen mit dem empirischen Sachverhalten ihres Erklärungsgegenstandes erfolgt vor allem aus zwei Gründen:

1. Der erste Grund ist durch ein wirtschaftstheoretisches Interesse begründet.

Die empirische Überprüfung theoretisch abgeleiteter Aussagen mit Realitätsbezug stellt ein Korrektiv für die verwendeten Ausgangshypothesen und deren logische Folgerungen dar. Insofern diese unwiderlegt und eindeutig erscheinen, ist eine Divergenz zwischen der Theorie und Realität der Phänomene zunächst nicht vorstellbar.

Eine absolute Sicherheit theoretischer Aussagen ist dennoch nicht gegeben.

Insoweit die Ausgangshypothesen einer Theorie axiomatisiert sind, ist eine qualifizierte Beurteilung ihrer der Fachdisziplin gegenüberirrationalen Ableitung nicht möglich. Sind die Ausgangshypothesen einer Theorie dagegen auf die Realität und deren Erklärung bezogen, so bilden sie selbst das Objekt eines theoretischen Interesses, welches das Problem, unbestrittene Aussagen über die Wirklichkeit nachzuweisen, nur verlagert.

Bezüglich der zweiten Komponente realitätsbezogenen Theoretisierens, der Ableitung empirisch gehaltvoller Schlußfolgerungen, fehlt es an einem allgemeinen und objektiven Verfahren der Überprüfung logischer Zusammenhänge. Es ist bislang nicht befriedigend gelungen die Abflolge und das Resultat theoretischen Schließens inhaltlich beziehungslos zu formalisieren.

Aus diesen Gründen kann aus theoretischem Interesse an einer zusätzlichen Überprüfung theoretischer Aussagen mit Hilfe empirischer Falsifikationsversuche nicht verzichtet werden.

Ein Test dieses Anspruchs ist jedoch nicht in der Lage, die speziellen Fehler innerhalb eines theoretischen Zusammenhangs jeweils zu lokalisieren und durch ihre Gewichtung einen Maßstab für die Güte der überprüften Theorie zu liefern. Der erfolgreiche Falsifikationsversuch einer Theorie vermittelt lediglich den Schluß ihrer Überprüfungsbedürftigkeit als Ganzes.

2. Der zweite Grund, die Aussagen eines realitätsbezogenen theoretischen Kalküls mit ihren inhaltlich zugeordneten empirischen Sachverhalten zu konfrontieren, ist in dem <u>wirtschaftspolitischen</u> Interesse begründet, das theoretische Aussagen über die Wirklichkeit auf sich ziehen.

Diesem Interesse gegenüber verliert der empirische Test einer Theorie als methodisches Korrektiv ihrer theoretischen Annahmen und Schlußfolgerungen an Bedeutung. Im Vordergrund steht vielmehr das Bestrebung ein sich wirtschaftspolitisch bewährendes Instrumentarium zur Beeinflussung gegenwärtiger und der Vorhersage zukünftiger Ereignisse zu gewinnen.

Nach diesem Kriterium bemißt sich der Wert einer realitätsbezogenen Theorie nach ihrer praktischen Anwendbarkeit, Scheitert sie nach Maßgabe dieses Anspruchs, ist sie aus politischem Interesse in gleichem Maße nicht qualifiziert wie jede andere empirisch widerlegte Aussage. Demgegenüber kann jede andere Aussage kritiklos in ihren Annahmen und gedanklichen Verknüpfungen akzeptiert werden, soweit ihre Schlußfolgerungen der Realität konform sind.

Der wirtschaftspolitisch begründete Test einer Theorie verwirklicht sich in einem Test ihrer Implikationen. Er ist nicht unmittelbar auf eine Überprüfung seiner theoretischen Prämissen und der formalen Logik ihrer Ableitungen gerichtet; sie dienen demgegenüber nur sekundär der Absicherung wirtschaftspolitischer Entscheidungen.

3. Das dem angestrebten Test eines Modells mit zwei endogenen Faktoren zugrundeliegende wirtschaftstheoretische Interesse ist darauf gerichtet, die Haltbarkeit seiner bevölkerungstheoretischen Hypothesen und ihre befriedigende Einordnung in den Gesamtzusammenhang des Modells zu überprüfen.

Die Chancen konkrete Ergebnisse zu erzielen sind jedoch mangels expliziter Überprüfungsmöglichkeiten der Einzelhypothesen des Modells begrenzt.

Sollte das Modell einem empirischen Test standhalten, so ist es weder als Ganzes noch in seinen Teilen bereits verifiziert, sondern gilt insgesamt lediglich als unwiderlegt.

Scheitern dagegen die Aussagen des Gesamtmodells an der Wirklichkeit, kann diese Tatsache ebenfalls nicht zwingend auf seinen demographischen Ansatz allein zurückgeführt und ihm angelastet werden.

4. Aus dem Bereich des wirtschaftspolitischen Interesses scheidet ein in seiner Gesamtheit widerlegte Modellzusammenhang jedoch unter allen Umständen aus.

Stimmen die theoretisch abgeleiteten Aussagen dagegen in angemessenem Rahmen mit den empirischen Sachverhalten überein, so reicht der Schluß hin, daß auch die demographischen Bestandteile des Gesamtmodells sich anwendungsbezogen bewähren.

Von einem theoretischen Standpunkt aus mag diese Aussage unbefriedigend erscheinen. Sie ist in ihrer wirtschaftspolitischen Relevanz in einem instrumentalen Sinne jedoch solange gültig, als nicht konkurrierende, offenbar überzeugendere Theoreme sie ersetzen.

5. Die nachfolgende Untersuchung ist zunächst mit einer Analyse der Bestandteile des Niehans'schen Wachstumsmodells in seiner ersten Version befaßt.

Dem folgt der Versuch, die Relevanz seiner bevölkerungstheoretischen Beziehungen, Variablen und Parameter im Rahmen des Gesamtmodells zu gewichten.

Hauptteil der Untersuchung ist die Bestimmung der Anwendungsbedingungen des Modells, die Ermittlung der relevanten Variablen und die Schätzung unbekannter Parameter sowie die Ableitung realitätsbezogener Schlußfolgerungen aus dem theoretischen Gesamtzusammenhang.

Diese werden im Rahmen eines empirischen Theorietests zugeordneten Sachverhalten eines makroökonomischen Wachstumsprozesses gegenübergestellt.

2. Darstellung und Analyse der Bestandteile des Modells

Das vorliegende Modell mit zwei endogenen Faktoren besteht aus drei grundlegenden, aufeinander bezogenen Zusammenhängen:

(1) Der Umfang der Güterproduktion einer Periode ist abhängig von der Anzahl der eingesetzten Arbeitskräfte und dem Bestand an Sachkapital. Diese Beziehung ist technologischer Art, vermittelt durch die technischen Koeffizienten des Produktionsprozesses.

(2) Das Bevölkerungswachstum ist das Resultat gegebener sozialpsychischer Verhaltensweisen, seine Intensität wird von der Höhe des periodenmäßigen Arbeitseinkommens pro Kopf der Erwerbsbevölkerung bestimmt.

(3) Der Umfang der Ersparnisbildung variiert im Rahmen der herrschenden Spargewohnheiten mit der Höhe des allgemeinen Kapitaleinkommens pro Anlageeinheit.

Die voranstehenden drei Beziehungen werden im folgenden formal dargestellt und in ihrer funktionales Struktur untersucht.

Mit den theoretischen Zusammenhängen der Beziehungen untereinander ist der daran anschließende Abschnitt befaßt.

2.1. Die Produktionsfunktion

2.1.1. Darstellung des funktionalen Zusammenhangs

Die produktionstechnische Beziehung des Systems bestimmt das Volumen der Güterproduktion (X_t) in Abhängigkeit von der Höhe des Arbeitseinsatzes (L_t) und dem Bestand an Sachkapital (K_t) in der zugrundegelegten Zeiteinheit (t) als Produktionsperiode.

Der Typ der zugrundegelegten Beziehung ist durch folgende Annahmen über die Produktionstechnik spezifiziert:

(1) Die partiellen Produktionselastizitäten des Arbeitseinsatzes (α) und des Kapitalbestandes (β) sind konstant; ihr numerischer Wert liegt in einem Bereich zwischen Null und Eins ausschließlich.

(2) Möglichkeiten technischer Fortschritte in der Güterproduktion bleiben explizit unberücksichtigt.

(3) Die Produktion wird in Einheiten der Produktionsmenge gemessen, die aus einer Einsatzmenge der Faktoren von jeweils einer Einheit resultiert.

Den voranstehenden Annahmen zufolge dient der Beschreibung der volkswirtschaftlichen Produktionsverhältnisse der Ausdruck einer Produktionsfunktion vom Typ Cobb-Douglas:

$$X_t = L_t^{\alpha} K_t^{\beta} \qquad (1 > \alpha > 0;\ 1 > \beta > 0) \tag{2.1}$$

2.1.2. Formaler Gehalt des funktionalen Zusammenhangs

Eine allgemeine Diskussion der Eigenschaften der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion mag mit Rücksicht auf die Gängigkeit des Ansatzes dahingestellt bleiben.

Es wird an Ort und Stelle auf Einzelheiten eingegangen, soweit dies erforderlich erscheint.

2.2. Die Wachstumsfunktion der Bevölkerung

2.2.1. Darstellung des funktionalen Zusammenhangs

Eine zweite konstituierende Relation des Modells ist seine bevölkerungstheoretische Hypothese.

Sie erklärt den durchschnittlichen relativen Zuwachs der Bevölkerung pro Zeiteinheit nach Maßgabe einer vorgegebenen sozialpsychischen Verhaltensfunktion. Der Zuwachs ist abhängig von gegebenen Verhaltensparametern und variiert mit dem periodenmäßigen Arbeitseinkommen pro Kopf der arbeitenden Bevölkerung.

Insbesondere gilt:

(1) Die relative Zunahme der Bevölkerung pro Zeiteinheit (B_t) wird auf eine infinitesimal kurze Zeitperiode bezogen.

(2) Das oben definierte Maß des Bevölkerungswachstums (wB_t) ist im Verhältnis p der Differenz des tatsächlichen realen Arbeitseinkommens der Periode t (wr_t) zu einer kritischen Mindesthöhe desselben (wm) proportional.

(3) Der generelle demographische Proportionalitätsfaktor (p) und die kritische Mindesthöhe des realen Arbeitseinkommens (wm) sind gegenüber den übrigen Variablen des Modells unabhängig und im Zeitablauf konstant.

Der analytische Ausdruck der formulierten demographischen Annahmen ist die Beziehung (2.2):

$$(2.2) \qquad \frac{\frac{dB}{dt}}{B_t} \equiv wB_t = p\ (wr_t - wm)$$

2.2.2. Formaler Gehalt des funktionalen Zusammenhangs

Die demographische Beziehung (2.2) enthält drei Bestimmungsfaktoren des relativen Bevölkerungswachstums.

Nur das tatsächliche Arbeitseinkommen (wr_t) gilt im Rahmen des Modells als endogen bestimmt und zeitlich variabel. Der Proportionalitätsfaktor (p) sowie der kritische Wert des Einkommens (wm) sind exogen vorgegebene Konstante der sozialen Verhaltensweise.

Im folgenden wird die Wirkungsweise der drei Faktoren (wr_t, wm, p) im Rahmen der Beziehung (2.2) untersucht.

2.2.2.1. Die Wirkungen partieller Parametervariationen auf die Höhe der Wachstumsrate der Bevölkerung

2.2.2.1.1. Variation des tatsächlichen Arbeitseinkommens

1. Beziehung (2.2) läßt erkennen, daß der hypothetische Zusammenhang zwischen der Höhe des realen Arbeitseinkommens (wr_t) und der Intensität des relativen Bevölkerungswachstums (wB_t) bei Konstanz der übrigen Parameter linear ist.

Die charakteristischen Eigenschaften des Zusammenhangs werden durch seine Umformung in die Normalform einer

Geradengleichung und ihre Darstellung in einer Analysenfigur (Abb. 2.1) verdeutlicht:

(2.3) $$wB_t(wr_t) = -pwm + pwr_t$$

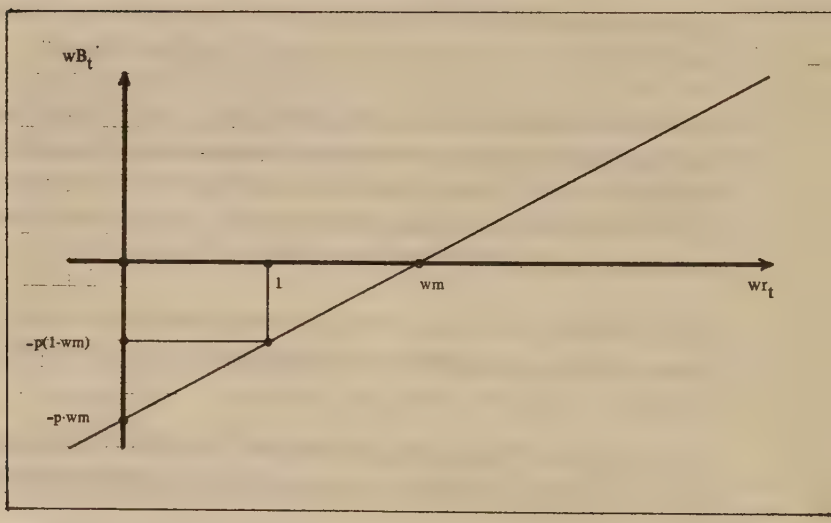


Abb. 2.1

2. Die Merkmale des linearen Zusammenhangs sind in unterschiedlicher Weise mit den übrigen - hier ceteris paribus allgemein als konstant angenommenen - Faktoren des Modells verbunden.

Derjenige Betrag des tatsächlichen realen Arbeitseinkommens (wr_t), der einen Stillstand des Bevölkerungswachstums induziert, ist allein eine Funktion seines kritisches Mindestwertes (wm) . Die Intensität des relativen Bevölkerungswachstums pro Zeiteinheit ist dagegen lediglich der Differenz des realen Arbeitseinkommens von seinem kritischen Mindestwert im Verhältnis p proportional.

Geometrisch bedeutet dies, daß in Abb. 2.1 durch die Höhe des Betrages (wm) ein Achsenpunkt auf der Abzisse festgelegt ist, um den der eingezeichnete Strahl für alternative Werte seines Steigungsmaßes (p) eine Drehung erfährt.

Werte des tatsächlichen realen Arbeitseinkommens sind nur in positiver Höhe vorstellbar.

2.2.2.1.2. Variationen des kritischen Arbeitseinkommens

1. Die Erörterungen über den isolierten Einfluß des kritischen Mindesteinkommens (wm) auf das Bevölkerungswachstum (wB_t) entsprechen dem über das tatsächliche Arbeitseinkommen (wr_t) Gesagten.

Die Beziehung (2.2) erfährt hier ihre Umformulierung in Beziehung (2.4); ihre Darstellung enthält Abb. 2.2.

(2.4) $$wB_t(wm) = pwr_t - p \cdot wm$$

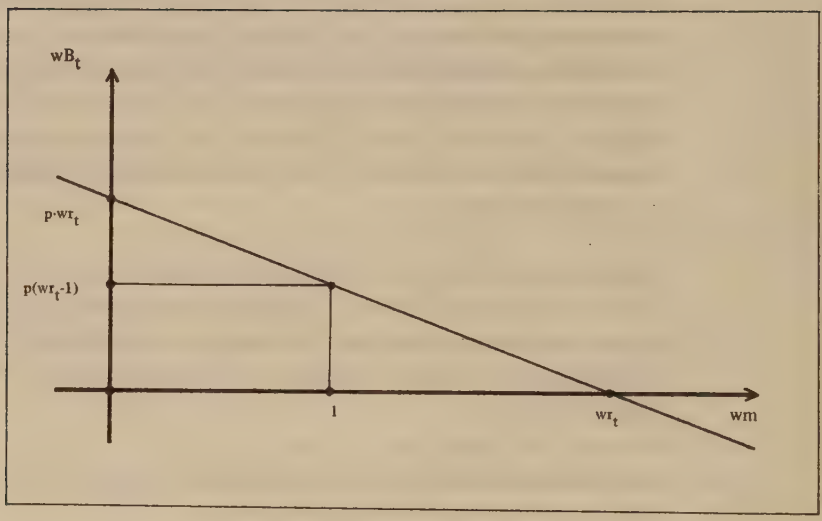


Abb. 2.2

2. Bestimmt durch die Gleichheit von tatsächlichem (wr_t) und kritischem realen Arbeitseinkommen (wm) ändert sich der Bevölkerungsstand unabhängig von der Höhe des Proportionalitätsfaktors p nicht. Seine Wirkungsweise ist in der Gewichtung zu sehen, die tatsächlichen Einkommensabweichungen von einem kritischen Wert für das Bevölkerungswachstum zukommt.

Kommt im Rahmen der zugrundeliegenden sozialpsychischen Verhaltensweisen einer kritischen Einkommenshöhe kein Gewicht zu, so ist das Wachstumstempo der Bevölkerung dem tatsächlichen Arbeitseinkommen direkt proportional.

Mußmaßungen über die Höhe des Parameters wm erscheinen an dieser Stelle nicht angebracht.

2.2.2.1.3. Variation des Proportionalitätsfaktors

1. Aus dem oben Gesagten folgt unmittelbar die Art der Abhängigkeit des relativen Bervölkerungswachstums von dem Betrag des Parameters p .

Bei gegebener Höhe des tatsächlichen (wr_t) und kritischen realen Arbeitseinkommens (wm) variiert der relative Bevölkerungszuwachs (wB_t) der Einkommensdifferenz proportional mit dem allgemeinen Proportionalitätsfaktor (p) der Beziehung (2.2)

Dieser Sachverhalt ist Inhalt der Beziehung (2.5) und Abb. 2.3

(2.5) $$wB_t(p) = (wr_t - wm)\ p$$

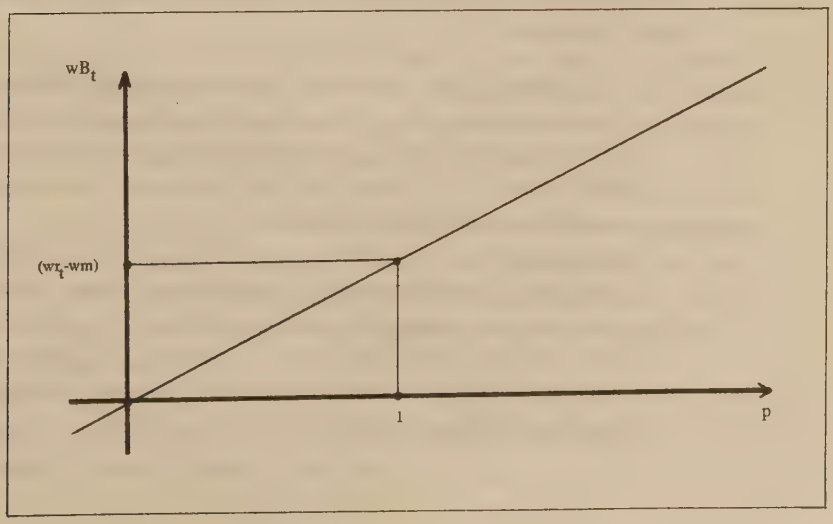


Abb. 2.3

2. Beziehung (2.5) und Abb. 2.3 veranschaulichen die Wirkungsweise des Parameters p unter Konstanz der realen Arbeitseinkommen wr_t und wm .

Das Resultat ihres Zusammenwirkens entspricht den vorangehenden Ergebnissen. Eine Variation des tatsächlichen Arbeitseinkommens führt ceteris paribus zu derselben Veränderung des Verhältnisses zwischen der Bevölkerungswachstumsrate und dem Faktor p , wie eine entgegengerichtete Variation des Mindesteinkommens um den gleichen Betrag.

Für einen Wert von p gleich Null ist die Höhe der Bevölkerung von Einkommensschwankungen unabhängig und damit im Rahmen des Modells stationär. Plausibilitätsannahmen über den Bereich hypothetischer Werte für p lassen sich nicht bilden.

2.2.2.1.4. Zusammenfassung

Zusammenfassend können die Einzelwirkungen der Bestimmungsfaktoren des relativen Bevölkerungswachstums unter Konstanz der übrigen Faktoren nach Maßgabe der bevölkerungstheoretischen Beziehung (2.2) wie folgt charakterisiert werden:

(1) Das tatsächlich erzielte reale Arbeitseinkommen einer Periode (wr_t) liefert die einzige endogen bestimmte Variable der demographischen Verhaltenshypothese (2.2) über die Bestimmungsgründe des relativen Bevölkerungswachstums.
Die relative Zuwachsrate der Bevölkerung (wB_t) variiert proportional im Verhältnis einer vorgegebenen sozialpsychischen Konstanten p positiv oder negativ mit dem realen Arbeitseinkommen einer Periode (wr_t) nach Abzug eines exogen vorgegebenen Mindestbetrages (wm) .

Aufgrund dieses Sachverhalts existieren bei gegebenem Vorzeichen des Proportionalitätsfaktors p auf ausreichend starke Einkommensveränderungen sowohl positive wie negative Wachstumsrate der Bevölkerung, sofern der kritische Wert des Realeinkommens positiv ist.

Ist dies nicht der Fall, so wird die Tatsache einer Zunahme der Abnahme des Bevölkerungsstandes bei jedweder Höhe des Realeinkommens durch das Vorzeichen des Faktors p allein induziert.

(2) Die kritische Höhe des realen Arbeitseinkommens, bei der die Bevölkerungsentwicklung zum Stillstand kommt, ist durch soziale Normierung exogen vorgegeben.

Ist hierfür ein positiver Wert anzunehmen, mindert er den für Bevölkerungsbewegungen relevanten Betrag des Realeinkommens in diesem Umfang. Er erhöht sich dagegen entsprechend, wenn der Wert des kritischen Mindesteinkommens negativ ist.

(3) Der Proportionalitätsfaktor p bestimmt als exogen vorgegebener sozialer Verhaltensparameter die Stärke und die Richtung der Reagibilität von Bevölkerungsbewegungen auf Einkommensschwankungen.

Er ist bezogen auf denjenigen Teil des Arbeitseinkommens (wr_t) pro Kopf, der einen Mindestbetrag (wm) übersteigt. Ist dieser Betrag gleich Null, so ist die Höhe von p irrelevant und die Bevölkerungsgröße konstant.

Numerische Schätzungen der relevanten theoretischen Parameter liegen bisher nicht vor.

2.2.2.2. Zweifache kompensatorische Parametervariation unter Konstanz der Wachstumsrate der Bevölkerung

Die Kenntnis der Wirkungen partieller Parametervariationen erlaubt es, weitere Einsicht in ihr Zusammenwirken zu nehmen.

Hierfür wird lediglich ein Parameter als konstant angenommen und das Zusammenwirken der beiden übrigen Faktoren unter der Bedingung untersucht, daß sich als Resultat der Beziehung die relative Wachstumsrate der Bevölkerung nicht ändert.

2.2.2.2.1. Variation des kritischen Arbeitseinkommens

1. Unter der Annahme einer gegebenen Höhe des realen Arbeitseinkommens (wr_t^o) ist für eine konstante Bevölkerungswachstumsrate (wB_t) die Beziehung des Proportionalitätsfaktors p zu der Höhe des kritischen Einkommensbetrages (wm) eindeutig bestimmt.

Sie folgt aus einer entsprechenden Umformulierung der Beziehung (2.2):

$$p(wm) = - \frac{wB_t}{wm - wr^o{}_t} \tag{2.6}$$

Dem Funktionsausdruck (2.6) entspricht eine nach rechts um den Betrag des als konstant angenommenen Arbeitseinkommens $(wr^o{}_t)$ verschobene gleichseitige Hyperbel mit dem Betrag der als konstant vorausgesetzten Wachstumsrate der Bevölkerung als negativem Proportionalitätsfaktor. Der Kurvenverlauf ist in die Analysenfigur Abb. (2.4) eingezeichnet.

Aus der Beziehung (2.6) und der zugehörigen Abb. (2.4) wird ersichtlich, in welcher Weise die beiden demographischen Verhaltensparameter kompensierend aufeinander einwirken.

Ist die Differenz des kritischen Mindesteinkommens (wm) gegenüber seinem fixierten tatsächlichen Wert (wr^o_t) sehr gering, so können selbst geringfügige Änderungen des Mindesteinkommens nur durch starke Änderungen in der Gewichtung (p) der Wirkungen von Einkommensschwankungen auf das Bevölkerungswachstum kompensiert werden. Ist die relevante absolute Einkommensdifferenz dagegen relativ groß, verliert die Variation des Proportionalitätsfaktors (p) an Bedeutung.

Wird ein höheres tatsächliches Einkommensniveau als eingangs unterstellt angenommen, so verschiebt sich der kritische Wert des Mindesteinkommens für kompensatorische Variationen entsprechend nach oben.

Soll eine höhere als die anfänglich angenommene Wachstumsrate der Bevölkerung (wB_t) erhalten bleiben, so sind alle Variationen des Parameters p um den Faktor der entsprechenden Differenz höher.

2. Eine dem vorangehend Gesagten zugeordnete Beziehung liegt vor, wenn die kompensatorischen Variationen des tatsächlichen realen Arbeitseinkommens (wr_t) gegenüber seinem kritischen Mindestbetrag (wm) unter der Annahme eines konstanten Proportionalitätsfaktors (p_o) betrachtet werden.

Den entsprechenden Funktionsausdruck enthält die aus (2.2) abgeleitete Beziehung (2.7). Ihren Kurvenverlauf gibt ebenfalls Abb. (2.4) wieder.

$$(2.7) \qquad wr_t(wm) = \frac{wB_t}{p^o} + wm$$

Beziehung (2.7) ist Ausdruck eines linearen Zusammenhangs mit einem Steigungsmaß von eins. Dies ist unmittelbar einsichtig, da die Differenz der Einkommenswerte selbst als Variable der demographischen Grundgleichung (2.2) betrachtet werden kann.

Die Lage der Kurve ist abhängig von der Höhe des angenommenen Wertes für den Parameter p und der vorausgesetzten relativen Zuwachsrate der Bevölkerung wB.

Die Veränderungen des tatsächlichen realen Arbeitseinkommens und seines kritischen Mindestbetrages komplementieren einander in gleichem Umfang. Das bedeutet für das Gewicht der übrigen Parameter der Beziehung:

Je höhe der Wert der Proportionalitätskonstanten p^o angenommen wird, desto geringer kann der Betrag des tatsächlichen realen Arbeitseinkommens sein, der einen bestimmten Mindestbetrag übersteigt und proportional desto großer, je höher das Niveau der zu erhaltenden Wachstumsrate der Bevölkerung ist.

3. Die Gegenüberstellung der Beziehungen (2.6) und (2.7) erlaubt die Beantwortung der Frage, in welchem Maße eine Veränderung des Bevölkerungswachstums (wB_t) , ausgelöst durch die Veränderung eines kritischen Mindestbetrages für das reale Arbeitseinkommen (wm) , durch eine Änderung sozialer Verhaltensweisen, mittels einer Variation des Verhaltensparameters p , oder durch ökonomische Tatbestände, hier Erhöhung oder Senkung des tatsächlichen realen Arbeitseinkommens kompensiert werden kann.

Die gemeinsame Darstellung der relevanten Funktionen in Abb. 2.4 veranschaulicht die untersuchte Interdependenz der Faktoren.

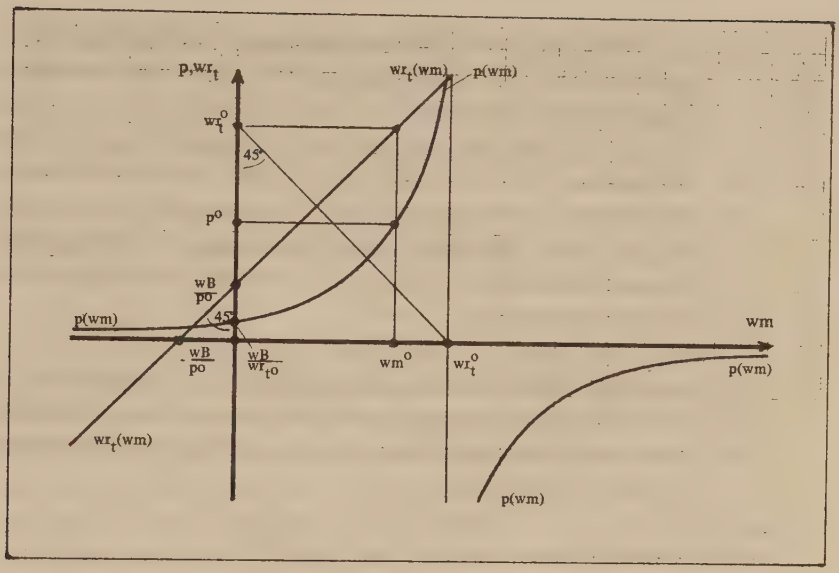


Abb. 2.4

Unter den gemäß Beziehung (2.6) gebildeten Annahmen ist bei Konstanz des Parameters wr_t in Höhe von wr^o_t der Kurvenverlauf der Variablen p(wm) in Abhängigkeit von der Variablen wm eindeutig gegeben.

Gemäß der Beziehung (2.7) ist für einen vorgegebenen Betrag des Proportionalitätsfaktors p in Höhe von p^o auch der Kurvenverlauf der Variablen wr_t in Abhängigkeit von der Variablen wm bestimmt.

Damit ist implizit der aktuelle Wert des kritischen Einkommens (wm) in Höhe von wm^o festgelegt.

Die notwendige Variation der Parameter p oder wr_t um die induzierten Wirkungen einer Änderung des Mindesteinkommens (wm) auf das Bevölkerungswachstum (wB_t) auszugleichen, ist anhand der Umgebung des Wertes wm^o zugeordneten Kurvenverläufe unmittelbar abzulesen.

2.2.2.2.2. Variation des tatsächlichen Arbeitseinkommens

1. Entsprechende Überlegungen und Schlußfolgerungen können für den Fall gebildet werden, daß das tatsächliche reale Arbeitseinkommen als unabhängige Variable betrachtet wird. Die Abhängigkeit der jeweils sozial normierten Parameter p bzw. wm wird unter Berücksichtigung der Konstanten wm^o bzw. p^o dann ebenfalls nach der Maßgabe bestimmt, die partielle Wirkungen von Änderungen des realen Arbeitseinkommens auf die Bevölkerungswachstumsrate auszugleichen.

Auf eine dem voranstehend Gesagten entsprechende Diskussion der Beziehungen wird hier verzichtet. Sie leiten sich aus den Ausdrücken (2.8) und (2.9) ab; zugeordnet ist ihnen die Abb. 2.5.

$$p(wr_t) = \frac{wB_t}{wr_t - wm^o} \tag{2.8}$$

$$wm(wr_t) = -\frac{wB_t}{p^o} + wr_t \tag{2.9}$$

Beziehung (2.9) ist der Beziehung (2.7) reziprok.

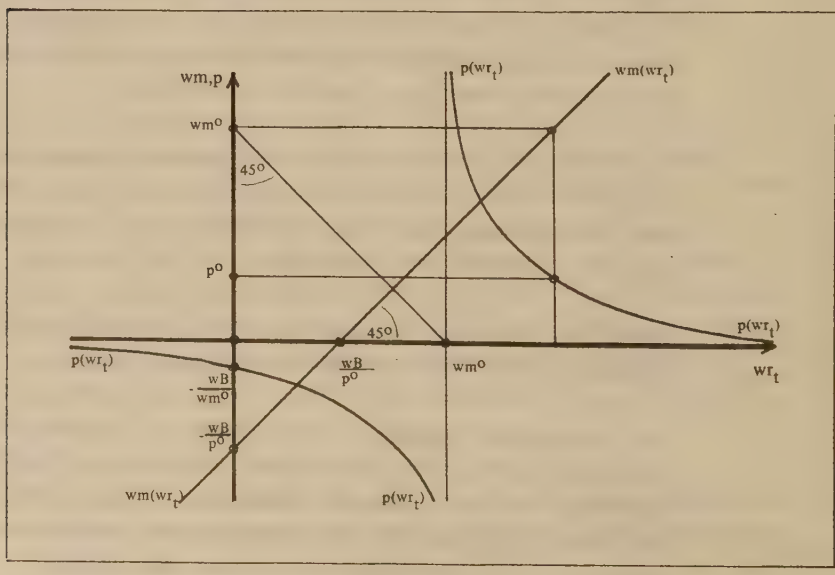


Abb. 2.5

2.2.2.2.3. Variation des Proportionalitätsfaktors

1. Im folgenden werden die den alternativen Werten des Proportionalitätsfaktors p zugeordneten Funktionen diskutiert.

Dem Faktor p sind als abhängige Variable das tatsächliche (wr_t) und das kritische reale Arbeitseinkommen (wm) sowie ihre jeweils fixierten Werte wm^o bzw. wr_t^o zugeordnet. Die resultierenden Zusammenhänge stehen ebenfalls unter der Maxime, die Wirkungen einer partiellen Variation des Proportionalitätsfaktors p auf die Wachstumsrate der Bevölkerung wB_t durch entsprechende Anpassung jeweils der ökonomischen Variable wr_t oder des sozial normierten Parameters wm zu kompensieren.

Die analytischen Ausdrücke entsprechen den Beziehungen (2.10) und (2.11); sie sind reziprok den Beziehungen (2.8) bzw. (2.6).

$$wr_t(p) = \frac{wB_t}{p} + wm^o \tag{2.10}$$

$$wm(p) = -\frac{wB_t}{p} + wr_t^o \tag{2.11}$$

Die zeichnerische Darstellung der voranstehenden Beziehungen enthält die Analysenfigur Abb. 2.6:

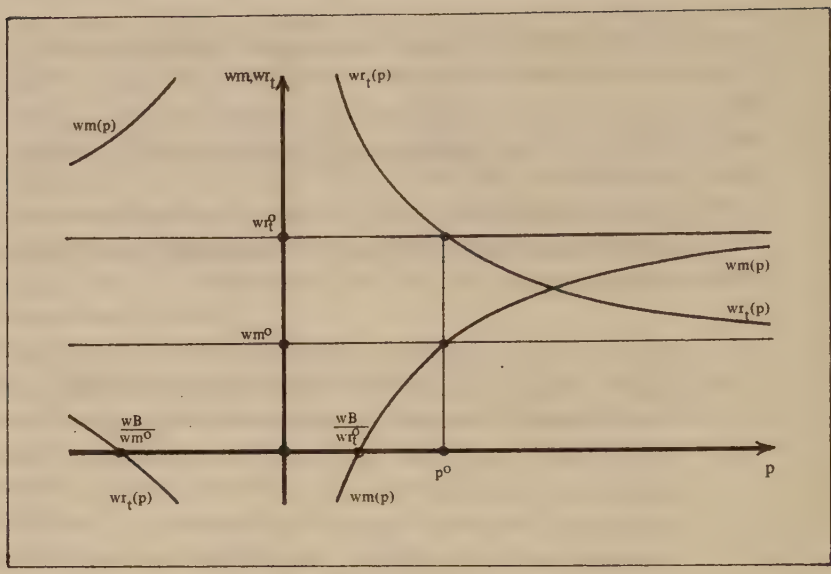


Abb. 2.6

2. Die Beziehungen (2.10) und (2.11) zeigen in Abb. 2.6, daß eine Kompensation von Variationen des Parameters p durch Änderungen des tatsächlichen (wr_t) oder kritischen realen Arbeitseinkommens (wm) durch einander symmetrische hyberbolische Zusammenhänge nach Maßgabe der Konstanten wm^o und wr_t^o bedingt ist.

Die Symmetrie der Abhängigkeiten entspricht der Relevanz beider Einkommenskategorien für die Bestimmung der Bevölkerungswachstumsrate, die hyperbolische Beziehung der Gewichtung der Einkommensdifferenzen durch den Proportionalitätsfaktor p in der demographischen Grundbeziehung.

2.2.2.3. Dreifache kompensatorische Parametervariation unter Konstanz der Wachstumsrate der Bevölkerung

1. Die vorangehende Darstellung der demographischen Grundbeziehung (2.2) war mit einer Diskussion ihrer Teilzusammenhänge befaßt.

Eine drei-dimensionale Darstellung ermöglicht es, das Zusammenwirken aller drei Faktoren der demographischen Grundbeziehungen gemeinsam zu veranschaulichen.

Jedem Wert der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung ist als geometrischer Ort im Raume eine unbegrenzte Anzahl von Punkten zugeordnet, von denen jeder einer bestimmten Konstellation der drei demographischen Faktoren entspricht.

Abb. 2.7 zeigt schematisch die typische Gestalt der demographischen Grundbeziehung (2.2) in räumlicher Sicht, unter der Bedingung einer Konstanz der Bevölkerungswachstumsrate und freier Variabilität aller übrigen Faktoren.

2. Das aus einer geometrischen Darstellung der demographischen Grundbeziehung des Modells resultierende räumliche Gebilde ist hyperbolischer Natur. Es berührt die Punkte E, E2, C, G1, G, E1, im positiven Bereich des Parameters p und die Punkte S, N, M, K im negativen Bereich. Als eine konkrete Konstellation der Parameter ist der Punkt C (wr_t^o, wm^o, p^o) eingezeichnet.

Schnitte parallel zu einer den drei Dimensionen der Darstellung entsprechenden Achsen führen zu den zwei-dimensionalen Darstellungen der Abb. 2.4 bis Abb. 2.6 gemäß den Beziehungen (2.6) bis (2.11).

So entsprechen die aus den Schnittflächen (A, E, E1, G, H, Ø, A1), (I, Ø, R, S, K) und (A2, E2, C, G1, H1, H, B), (L, M, N, P, H) resultierenden Kurvenverläufe den Variationen des Parameters p in Abhängigkeit von der Variablen wr_t für alternative Werte des Parameters wm in Beziehung (2.8) und Abb. 2.4.

Für die übrigen Zusammenhänge gilt die Darstellung Abb. 2.7 entsprechend.

Eine Erhöhung des Betrages für die vorgegebene Rate des relativen Bevölkerungswachstums vergrößert den Abstand der hyperbolisch gekrümmten Flächen voneinander proportional der Steigerung der Wachstumsrate in Richtung der Achse des Faktors p . Dies folgt aus den Beziehungen (2.6) und (2.8) bzw. (2.10) und (2.11). Die Ebene für die asymptotischen Annäherungen der Flächen verändert dagegen gemäß den Beziehungen (2.7) bzw. (2.9) ihre Lage nicht.

3. Die ausführliche formale Untersuchung der demographischen Grundbeziehung (2.2) diente dazu, die Wirkungsweise ihrer Variablen und Parameter höchstmöglich transparent erscheinen zu lassen. Damit besteht die Möglichkeit die Mechanismen des Gesamtmodells auf die Gesetzmäßigkeiten in der Interaktion seiner Faktoren zurückzuführen.

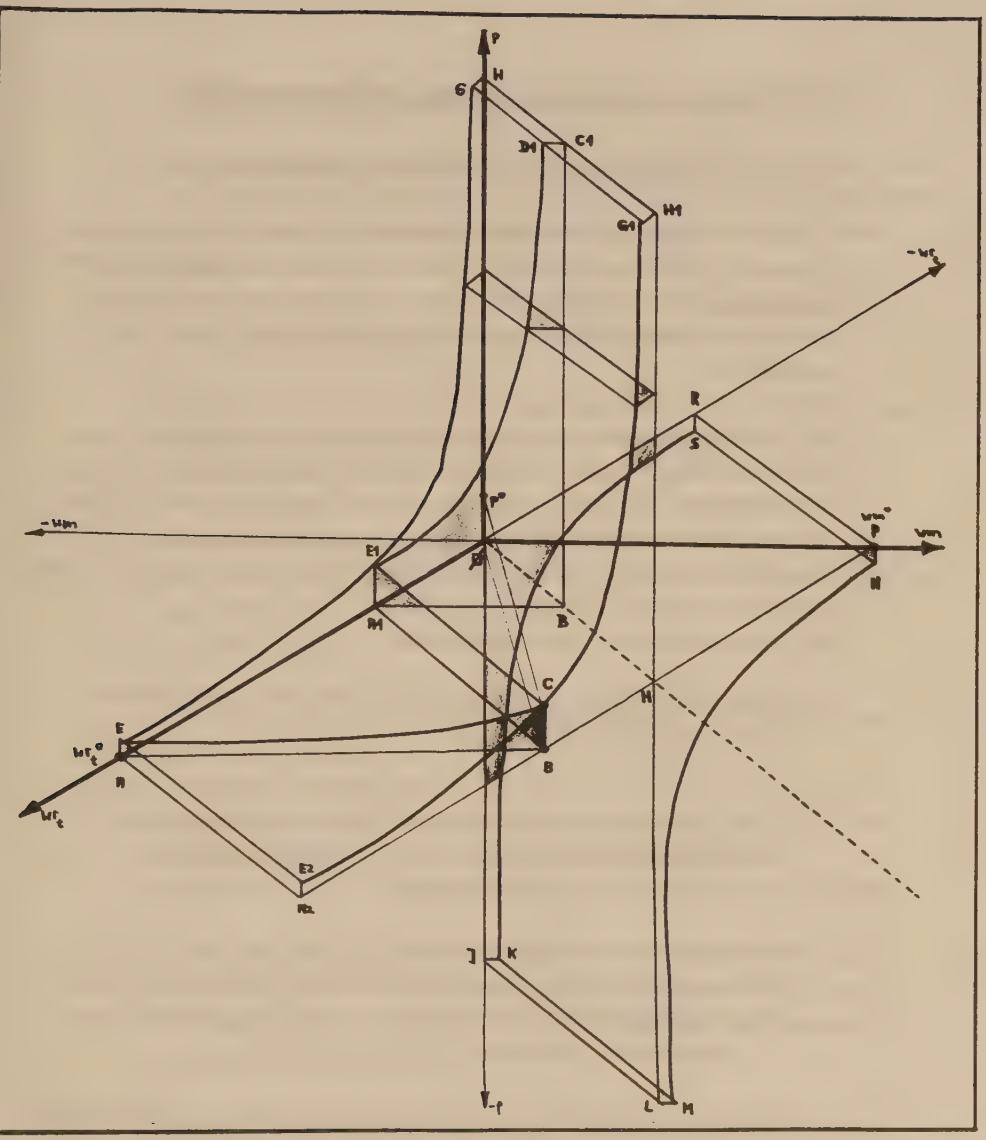


Abb. 2.7

2.3. Die Wachstumsfunktion der Ersparnisbildung

2.3.1. Darstellung des funktionalen Zusammenhangs

1. Ein der demographischen Grundbeziehung (2.2) entsprechendes formales Konzept liegt der zweiten grundlegenden Beziehung des Modells zugrunde, welches die Spartätigkeit und Vermögensbildung der Wirtschaftssubjekte beschreibt.

2. Die durchschnittliche Zunahme des Vermögens pro Zeiteinheit (wV_t) wird vermittelt durch den Faktor s als proportional abhängig betrachtet von der Höhe des allgemeinen realen Kapitaleinkommens pro Kapitaleinheit in der Periode t (rr_t) nach Abzug eines kritischen Wertes (rm).

Zur Spezifizierung der Hypothese gilt:

(1) Als Zeiteinheit wird eine infinitesimal kurze Zeitperiode zugrundegelegt.

(2) Die relative Zuwachsrate der Ersparnisbildung (wV_t) ist dem einen Mindestbetrag (rm) übersteigenden realen Kapitaleinkommen (rr_t) einer Periode t im Verhältnis s proportional.

(3) Der Proportionalitätsfaktor s und der kritische Mindestbetrag des Kapitaleinkommens (rm) sind den Beziehungen des Gesamtmodells exogen vorgegeben und im Zeitablauf konstant.

Ausdruck des gebildeten Zusammenhangs über die Bestimmungsfaktoren der Spartätigkeit ist in analoger Formulierung zur Beziehung (2.2) die Beziehung (2.12):

$$\frac{\frac{dV}{dt}}{V_t} \equiv wV_t = s \cdot (rr_t - rm) \qquad (2.12)$$

2.3.2 Formaler Gehalt des funktionalen Zusammenhangs

Eine formale Diskussion der Beziehung (2.12) kann an dieser Stelle dahingestellt bleiben; sie entspricht den Ausführungen über den funktionalen Zusammenhang der demographischen Grundbeziehung (2.2)

2.4. Zusammenfassung

Mit der Beschreibung der Zusammenhänge (2.1), (2.2) und (2.12) ist die Darstellung der Grundbeziehungen des Modells abgeschlossen.

Zu den Grundbeziehungen treten besondere Annahmen mit dem Ziel, sie vermittels der in ihnen enthaltenen Variablen zu einem interdependenten Beziehungssystem zu verknüpfen.

Eine Übersicht der hierzu hinreichenden und notwendigen Annahmen liefert der nachstehende Abschnitt.

Ziel des Gesamtmodells ist es, die Entwicklung und den Stand der Güterproduktion, des Arbeitseinsatzes und des Sachkapitals für jeden Zeitpunkt eindeutig zu bestimmen.

Die Ergebnisse resultieren aus einem Prozess der Interaktionen der Variablen des Systems, vermittelt durch die zugrundegelegten Beziehungen nach Maßgabe der exogenen vorgegebenen Parameter.

Die Darstellung und Analyse dieses Prozesses ist Gegenstand des hieran anschließenden Abschnitts.

3. Implikationen der Grundbeziehungen des Modells und zusätzliche Annahmen zur Verknüpfung der Variablen zu einem interdependenten Beziehungssystem

3.1. Modifikation der Produktionsfunktion

1. In die produktionstheoretische Grundbeziehung (2.1) gehen die Höhe der Güterproduktion, des Arbeitseinsatzes und des Kapitalbestandes unmittelbar als Variable ein.

Zusätzliche Annahmen um die technologischen Beziehungen der Größen untereinander zu erfassen, sind formal nicht erforderlich,

2. Zur Präsisierung des zeitlichen Bezugs der Variablen sei lediglich eine Produktionsdauer der Güter von Null Zeiteinheiten oder sog. Momentanproduktion angenommen. Dies bedeutet, das zu einem tatsächlich späteren Zeitpunkt realisierte Produktionsvolumen der Faktoren wird im Zeitpunkt deren Verwendung in Einheiten ihres produktiven Potentials gemessen.

3.2. Erweiterung und Modifikation der Wachstumsfunktion der Bevölkerung

3.2.1. Bevölkerungsgröße und Zahl der eingesetzten Arbeitskräfte

1. In der bevölkerungstheoretischen Grundbeziehung (2.2) ist als abhängige Variable die relative Wachstumsrate der Bevölkerung enthalten. In die Produktionsfunktion (2.1) geht dagegen als unabhängige Variable die Zahl der eingesetzten Arbeitskräfte ein.

Eine erste zusätzliche Annahme betrifft daher den Zusammenhang zwischen dem Stand der Bevölkerung, der Höhe ihres Arbeitsangebots sowie der Zahl tatsächlich nachgefragter und eingesetzter Arbeitskräfte.

2. Alle drei demographischen Größen werden durch die Implikationen des Gesamtmodells in identischer Höhe unterstellt. Das bedeutet:

(1) Die Quote des arbeitswilligen und -fähigen Teils der Bevölkerung ist nicht nur im Zeitablauf konstant, sondern umfaßt darüber hinaus die Gesamtheit der Bevölkerung.

(2) Der Arbeitsmarkt ist in der Weise organisiert, daß zu jedem Zeitpunkt Vollbeschäftigung im klassischen Sinne herrscht.

(3) Alle nachgefragten Arbeitskräfte werden entsprechend ihren Fähigkeiten beschäftigt.

Dieser Annahmenkomplex impliziert die unterstellte Gleichheit des Bevölkerungsstandes (B_t) mit der Zahl der Beschäftigten (L_t) zu jedem Zeitpunkt t :

$$L_t = B_t \tag{3.1}$$

3.2.2. Relative Wachstumsrate und absoluter Bestand an Arbeitskräften

1. Die demographische Grundbeziehung (2.2) erklärt in Verbindung mit Beziehung (3.1) die relative Zunahme der Arbeitskräfte bezogen auf eine infinitesimale Zeiteinheit in Relation zu der absoluten Höhe des Arbeitspotentials zum Zeitpunkt t . In die Produktionsfunktion geht dagegen als unabhängige Variable die absolute Zahl der Arbeitskräfte zu einem gegebenen Zeitpunkt ein.

Erst durch eine zusätzliche Annahme über die absolute Höhe der Arbeitskräftezahl zu einem gegebenen Zeitpunkt nach Maßgabe der Zeitrechnung des Modells ist bei gegebener Definition der Wachstumsrate im obigen Sinne die absolute Höhe der Arbeitskräftezahl auch in jedem anderen Zeitpunkt bestimmt.

2. Bezeichnet L_t die Zahl der Arbeitskräfte zum Zeitpunkt t, und L_o einen konstanten Faktor, so folgt aus Beziehung (2.2) unter Berücksichtigung von (3.1) mittels Umformung und Integration:

$$L_t = L_o \cdot \left[\frac{e^{\int_{t=o}^{t} wr_t \cdot dt}}{e^{wm \cdot t}} \right]^p \tag{3.2}$$

Die Konstante L_o wird dadurch bestimmt, daß zum Zeitpunkt des Beginns der Zeitrechnung des Modells die Zahl der Arbeitskräfte L_t als Funktion des Ausdrucks (3.2) dem Anfangsbestand der Arbeitskräftezahl gleich ist.

3. Damit ist die Wachstumsfunktion der Bevölkerung (2.2) als ein Gesetz der Faktorbildung ursächlich mit dem Prozeß der Gütererstellung nach Maßgabe der gegebenen Produktionsfunktion (2.1) verbunden.

Für eine Interdependenz des Zusammenhangs fehlt es jedoch an einer zusätzlichen reziproken Beziehung.

3.2.3. Reales Arbeitseinkommen und durchschnittliche Arbeitsproduktivität

1. Die Bestimmungsfunktion für das Wachstum der Arbeitskräftezahl im Laufe der Zeit (3.2) enthält als unabhängige Variable die Höhe des durchschnittlichen realen Arbeitseinkommens pro Kopf der arbeitenden Bevölkerung (wr_t) während der infinitesimalen Periode oder im Zeitpunkt t.

Da diese Größe endogen im Rahmen des Modells bestimmt wird, fehlt demgegenüber eine Beziehung zwischen der Höhe des Arbeitseinkommens und den übrigen Variablen des Systems.

2. Diese Beziehung wird durch die Anwendung des Grenzproduktivitätstheorems der Faktorentlohnung hergestellt. Daraus folgt im vorliegenden Zusammenhang die reale Entlohnung der Arbeitskräfte nach dem physischen partiellen Grenzprodukt des Arbeitseinsatzes.

Eine Erörterung dieser Maxime und ihrer weiterführenden Annahmen über die wettbewerbsmäßige Organisationsstruktur der Märkte mag hier dahingestellt bleiben.

Als Folgerung besteht für die Bestimmung der Höhe des realen Arbeitseinkommens die Beziehung:

(3.3) $$wr_t = \left(\frac{\delta x}{\delta L}\right)_t$$

3. Der weitere Zusammenhang des realen partiellen Grenzprodukts des Arbeitseinsatzes mit der Höhe der Güterproduktion folgt aus der angenommenen Produktionsfunktion (2.1).

Aufgrund der dort gegebenen Beziehung ist die reale partielle Grenzproduktivität der Arbeit direkt proportional ihrer realen Durchschnittsproduktivität vermittelt durch einen Proportionalitätsfaktor in Höhe der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit (α) .

(3.4) $$\left(\frac{\delta X}{\delta L}\right)_t = \alpha \frac{X_t}{L_t}$$

4. Werden die Beziehungen (3.3) und (3.4) in der Bestimmungsfunktion für die Entwicklung der Arbeitskräftezahl (3.2) berücksichtigt, so zeigt sich die implizite Abhängigkeit des Arbeitspotential (L_t) bei gegebenem Anfangsbestand zu jedem Zeitpunkt t von dem Umfang der Güterproduktion (X_t) sowie den demographischen und technologischen Parametern (p, wm) und der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit (α) entsprechend Beziehung (3.5).

$$(3.5) \qquad L_t = L_0 \cdot \left[\frac{e^{\alpha \int_{t=0}^{X_t} \frac{X_t}{L_t} dt}}{e^{wm \cdot t}} \right]^p$$

5. Eine explizite Schreibweise der Beziehungen (3.5) bezüglich der Variablen L_t ist mit Rücksicht auf die zeitliche Abhängigkeit des Gütervolumen X_t in Verbindung mit dem Gesamtsystem der Beziehungen nicht möglich.

3.3. Erweiterung und Modifikation der Wachtstumsfunktion der Ersparnisse

1. Die angestrebte Interdependenz der Beziehungen des Gesamtmodells erfordert neben der Einordnung der Gesetze der Faktorbildung im demographischen Bereich auch eine allseite Verknüpfung der Beziehungen zur Kapitalakkumulation.

2. Aufgrund der analogen produktionstheoretischen Behandlung der Faktoren Arbeit und Kapital, sowie der analogen Bestimmung des Bevölkerungswachstums und der Ersparnisbildung mit Hilfe der Verhaltensfunktionen (2.2) und (2.12) können jedoch die erforderlichen weiteren Annahmen und Implikationen den bisherigen entsprechend hergeleitet werden.

Sie dienen dazu, die Variablen der produktionstheoretischen Beziehung (2.1) mit denen der Bestimmungsfunktion für die Ersparnisbildung (2.12) in logisch gleicher Weise zu verbinden, wie die Variablen der Beziehung (2.1) mit denen der Bestimmungsfunktion für das Bevölkerungswachstum (2.2).

3. Unter Bezug auf die vorangehenden Ausführungen sei dieser Katalog soweit hinreichend, lediglich aufgeführt.

3.3.1. Sparen und Investieren

Der Zusammenhang zwischen den Prozessen der Ersparnisbildung und der Kapitalakkumulation wird durch die Gleichheit des Spar- und Investitionsvolumens einer Periode t hergestellt. Zusätzlich ist die Annahme zu bilden, daß zu keinem Zeitpunkt t zwischen den absoluten Beständen des akkumulierten Sparvermögens (V_t) und Sachkapitalbestandes (K_t) eine Differenz besteht.

Diese Annahmen haben als logische Voraussetzungen:

(1) Die Vermögensbildung aus Kapitaleinkommen besteht zur Gänze in investierten Anlagen.

(2) Jede Kapitaleinlage findet im Produktionsprozeß ihre sofortige Verwendung.

(3) Der Sachkapitalbestand ist in Höhe seiner vollen Kapazität zu jedem Zeitpunkt ausgelastet.

Entsprechend zu (3.1) gilt daher:

$$K_t = V_t \tag{3.6}$$

3.3.2. Relative Wachstumsrate und absoluter Bestand an Sachkapital

Unter der Annahme eines Anfangsbestandes an Kapitalgütern in Höhe eines entsprechenden konstanten Proportionalitätsfaktors (K_o) folgt aus (2.12) in Verbindung mit (3.6) analog (3.2):

$$(3.7) \qquad K_t = K_o \cdot \left[\frac{e^{\int_{t=o}^{t} rr_t \cdot dt}}{e^{rm \cdot t}} \right]^s$$

3.3.3. Reales Kapitaleinkommen und durchschnittlicher Kapitalkoeffizient

1. Aufgrund der realen Entlohnung der Produktionsfaktoren mit ihrem physischen partiellen Grenzprodukt vollzieht sich die Bildung des realen Kapitaleinkommens Beziehung (3.3) entsprechend:

$$(3.8) \qquad rr_t = \left(\frac{\delta X}{\delta K}\right)_t$$

2. Der produktionstheoretische Zusammenhang (2.1) liefert die Bestimmung des realen Grenzprodukts des Kapitaleinsatzes in Abhängigkeit von seinem realen Durchschnittsprodukt proportional seiner realen partiellen Produktionselastizität (β) entsprechend Beziehung (3.4):

$$(3.9) \qquad \left(\frac{\delta x}{\delta K}\right)_t = \beta \cdot \frac{X_t}{K_t}$$

3. Die Berücksichtigungen der Beziehungen (3.8) und (3.9) in der Wachstumsfunktion für die Ersparnisbildung (2.12) läßt den Proportionalitätsfaktor (s) der Beziehung als reale marginale Sparneigung bezüglich des Kapitaleinkommens erkennen. Sie ist für ein kritisches Mindesteinkommen von Null gleich der durchschnittlichen realen Sparneigung oder der Sparquote.

Mit den Beziehungen (2.12) sowie (3.6) bis (3.9) ist die implizite Abhängigkeit des Kapitalbestandes und seiner Funktionen im Zusammenhang mit dem Produktionsvolumen X_t sowie den Parametern der Vermögensbildung (s,rm) und des Kapitaleinsatzes (β) zu jedem Zeitpunkt bestimmt.

Der Bestimmung des Arbeitspotentials in Beziehung (3.5) gilt analog:

$$K_t = K_o \left[\frac{e^{\beta \int_{t=o}^{t} \frac{X_t}{K_t} \cdot dt}}{e^{rm \cdot t}} \right]^s \tag{3.10}$$

3.4. Zusammenfassung

1. Das System interdependenter makroökonomischer Grundbeziehungen des Gesamtmodells ist hiermit geschlossen.

Es besteht zusammenfassend aus drei grundlegenden Beziehungen zwischen der Höhe der Güterproduktion, der Größe der Bevölkerung und dem Bestand an Sachkapital zu jedem Zeitpunkt bzw. infinitesimalen Zeitperiode t :

$$X_t = L_t^{\alpha} \cdot K_t^{\beta} \tag{2.1}$$

$$(3.5) \qquad L_t = L_o \cdot e^{\alpha \int_{t=o}^{t} \frac{X_t}{L_t} \cdot dt \quad -wm \cdot t}$$

$$(3.10) \qquad K_t = K_o \cdot e^{\beta \int_{t=o}^{t} \frac{X_t}{K_t} \cdot dt \quad -rm \cdot t}$$

2. Das vorstehend beschriebene Modell initiiert zwischen der eingesetzten Zahl an Arbeitskräften, dem Kapitalbestand und dem Produktionsvolumen als den endogen bestimmten Variablen des Systems eine sich wechselseitig bedingende, zeitlich kontinuierliche Abfolge von Interaktionen.

Ausgehend von einem gegebenen Bestand an Arbeitskräften und Sachkapital zu Beginn der Zeitrechnung des Modells resultiert das Volumen der Produktion, gemessen im gleichen Zeitpunkt, in bestimmten durch die technologische Beziehung (2.1) vorgegebenem Umfang.

Aus der Relation zu den jeweiligen Faktoreinsatzmengen errechnet sich die Höhe der durchschnittlichen realen Faktorproduktivitäten. Diesen ist nach dem vorliegenden produktionstheoretischen Zusammenhang eine bestimmte Höhe der partiellen realen Grenzproduktivität des betreffenden Faktors jeweils zugeordnet.

Sie sind, den sozialen Verhaltensfunktionen (3.5) und (3.10) gemäß, als Einkommensdeterminanten maßgebend für die Entwicklung der Faktormengen in der Zeit.

Damit sind die Variablen der Produktionsfunktion numerisch neu festgesetzt und die Voraussetzungen für eine wiederholte Initiierung des wirtschaftlichen Entwicklungsprozesses gegeben.

3. Abb. 3.1 schematisiert die beschriebenen Zusammenhänge.

Unter Verwendung der gegebenen Symbole sind die Variablen des Modells durch ein Rechteck, die von ihnen abhängigen Veränderlichen durch einen Kreis gekennzeichnet.

Den formalen Zusammenhängen ohne zeitliche Dimension entsprechen durchgezogene Pfeile; zeitlich diskrete Beziehungen sind gestrichelt eingezeichnet.

Die vermerkten Ziffern bezeichnen die Signierung der zugeordneten analytischen Ausdrücke des voranstehenden Texts.

4. Eine explizite Darstellung der jeweiligen Beziehungen der Variablen des Modells untereinander und ihrer Entwicklung im Zeitablauf setzt eine Auflösung des Gleichungssystems (2.1), (3.5) und (3.10) voraus.

Dies ist theoretisch in strenger Form bisher nicht gelungen oder sogar unmöglich[1].

---

1) Niehans selbst sieht sich außerstande, eine mathematische Lösung herzuleiten.

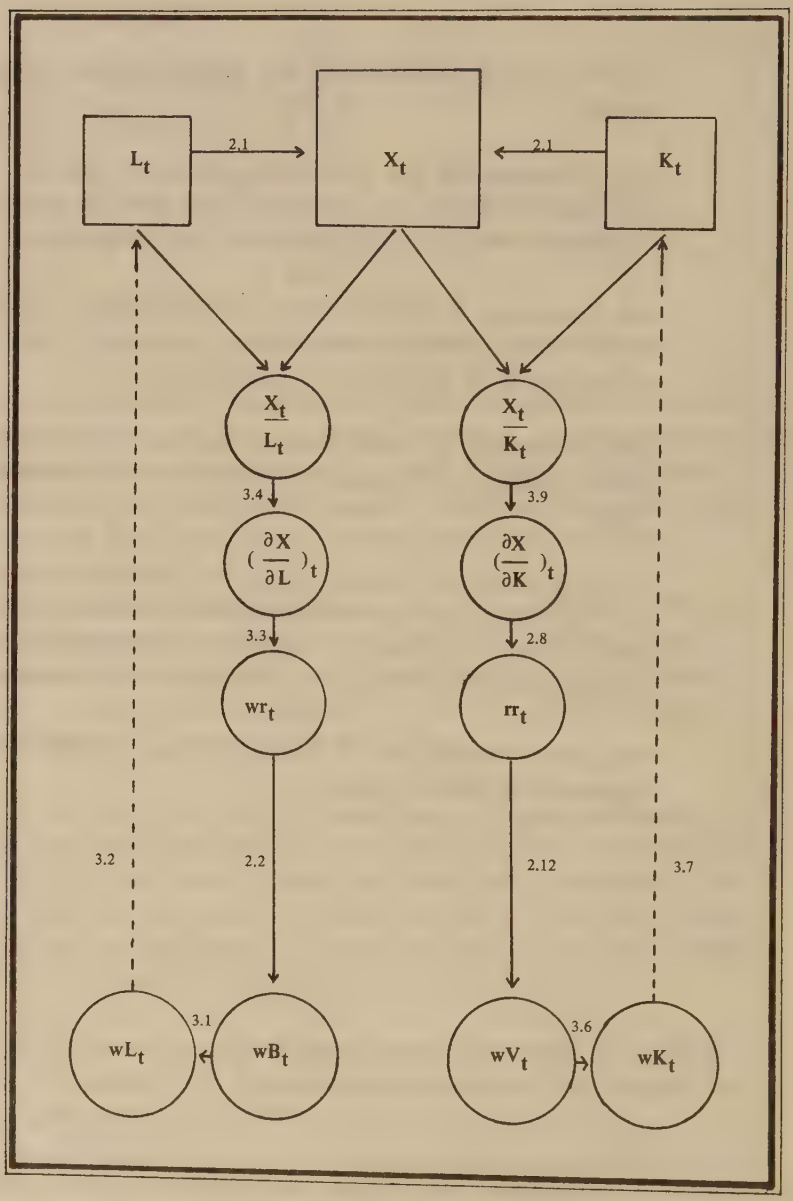

L_t
2.1
X_t
2.1
K_t
$\frac{X_t}{L_t}$
$\frac{X_t}{K_t}$
3.4
3.9
$(\frac{\partial X}{\partial L})_t$
$(\frac{\partial X}{\partial K})_t$
3.3
2.8
wr_t
rr_t
3.2
2.2
2.12
3.7
wL_t
3.1
wB_t
wV_t
3.6
wK_t

Abb. 3.1

4. Kritische Beziehungen der Variablen des Modells untereinander zu einem gegebenen Zeitpunkt

1. Den funktionalen Beziehungen des Modells, seinen Parametern und Anfangsbedingungen entsprechend, erfahren die makroökonomischen Variablen im Zuge ihrer temporären Entwicklung in jedem Zeitpunkt eine eindeutige Zuordnung.

Unabhängig von der Realisierung hypothetischer Entwicklungspfade ist eine demgegenüber theoretische Zuordnung der Variablen gegeben, wenn ihre Konstellation gewissen theoretischen Forderungen als notwendige Bedingungen genügen.

Eine elementare Einsicht in die modellgemäß gesteuerten Entwicklungsprozesse der Variablen liefern diejenigen kritischen Konstellationen, durch welche bestimmte Eigenschaften des Wachstumsprozesses definiert sind.

2. Dem Typ der zugrundegelegten Produktionsfunktionen (2.1) gemäß, ist mit der gleichzeitigen Festsetzung von zwei Variablen des Systems notwendigerweise im gleichen Zeitpunkt auch die dritte Variable bestimmt.

Aus diesem Grunde reicht es hin, die Untersuchung bilateraler kritischer Beziehungen zwischen den Variablen auf zwei Variable zu begrenzen. Dementsprechend können sowohl die kritischen Beziehungen der Faktoreinsatzmengen untereinander wie die Beziehung des Produktionsvolumens gegenüber der eingesetzten Menge jeweils eines Produktionsfaktors untersucht werden.

Die folgende Darstellung ist jedoch auf die Beziehungen der Produktionsfaktoren untereinander beschränkt. Sie reicht aus, die allgemeinen Zusammenhänge zwischen den Variablen des Systems unter den gegebenen Bedingungen aufzudecken und zu erklären.

3. Die kritischen mengenmäßigen Beziehungen der Produktionsfaktoren untereinander werden jeweils an die Erfüllung eines Kriteriums geknüpft, welches aufschlußreich für den Entwicklungsstand einer Variablen zu einem bestimmten Zeitpunkt ist und die Grenzwerte ihres Entwicklungsprozesses aufzeigt.

Die angewendeten Kriterien kritischer Faktorbeziehungen stellen eine Folge sich jeweils spezialisierender Bedingungen dar:

(1) Zunächst werden diejenigen mengenmäßigen Kombinationen der Produktionsfaktoren bestimmt, die eine konstante relative Zuwachsrate der Einsatzmenge eines Faktors in jeweils alternativer Höhe bedingen.

(2) Aus der Menge dieser Konstellationen wird dann jene gekennzeichnet, für welche der jeweilige Faktorbestand im Zeitablauf keine Änderung erfährt, da die relative Zuwachsrate seines Bestandes gleich Null ist.

(3) Unter Berücksichtigung der vorstehenden Bedingungen wird schließlich für die Produktionsfaktoren simultan die Frage geprüft, ob eine Konstellation der Faktoreinsatzmengen existiert, bei welcher ihre und damit die Entwicklung aller ökonomischen Variablen des Modells zum Stillstand kommt.

Die Untersuchung der vorliegenden Fragen nach der Existenz stationärer Kombinationen der Faktoreinsatzmengen liefert Hinweise für eine Typisierung ihrer dynamischen zwischenzeitlichen Entwicklung. Sie erlaubt darüberhinaus auf den schließlichen Endzustand des modellhaften Wirtschaftsprozesses und seine ökonomischen Eigenschaften zu schließen.

4.1. Alternative Faktorkombinationen für gleichbleibende relative Zuwachsraten der Einsatzmenge eines Faktors

1. Zunächst wird die Frage untersucht, wodurch diejenigen mengenmäßigen Kombinationen der Produktionsfaktoren charakterisiert sind, die zu einem gleichbleibenden relativen Wachstum der Einsatzmenge jeweils eines Faktors führen.

Maßgeblich für diese Eigenschaft ist die Abhängigkeit der relativen Wachstumsraten des Arbeitspotentials und des Sachkapitalbestandes von ihren spezifischen partiellen Grenzproduktivitäten gemäß den Beziehungen (2.2) und (3.3) bzw. (2.12) und (3.8).

Entscheidend für deren Bestimmung ist, daß durch die gegebene Produktionsfunktion (2.1) jeder Kombination von Arbeitskräften und Sachkapital eine bestimmte Höhe der realen Grenzproduktivität der jeweiligen Faktoreinsatzmengen zugeordnet ist.

Es gilt daher parallel zu den Beziehungen (3.4) bzw. (3.9) für die Bestimmung der partiellen Grenzproduktivität eines Faktors nach Maßgabe der Produktionsfunktion (2.1):

$$(4.1) \qquad \left(\frac{\delta X}{\delta L}\right)_t = \alpha L_t^{\alpha-1} K_t^{\beta}$$

$$(4.2) \qquad \left(\frac{\delta X}{\delta K_t}\right) = \beta L_t^{\alpha} K_t^{\beta-1}$$

2. Die Beziehungen (4.1) und (4.2) sind auf einfache Weise in einer Analysenfigur graphisch darzustellen.

Der dritte Quadrant eines Koordinatensystems, dessen Achsen die alternativ einzusetzenden Mengen an Arbeitskräften und Sachkapital messen, enthält als geometrische Orte alle diejenigen Faktorkombinationen, für welche die reale partielle Grenzproduktivität jeweils eines Produktionsfaktors und damit die relative Zuwachsrate seines absoluten Bestandes bezogen auf einen bestimmten Zeitpunkt konstant ist.

Der analytische Funktionsausdruck für alternative Konstellationen der Faktoreinsatzmengen, welche den gesetzten Bedingungen jeweils genügen, ist durch Umformung der Ausdrücke (4.1) bzw. (4.2) zu gewinnen.

3. Aus dem Gesagten ergibt sich gemäß der Beziehung (4.1) der folgende im obigen Sinne kritische Zusammenhang der Produktionsfaktoren für eine konstante partielle Grenzproduktivität des Arbeitseinsatzes in Höhe von $\left(\frac{\delta X}{\delta L}\right)_o$.

$$(4.3) \qquad K_t = \left[\frac{\left(\frac{\delta X}{\delta L}\right)_o}{\alpha}\right]^{\frac{1}{\beta}} \cdot L_t^{\frac{1-\alpha}{\beta}}$$

Die Beziehung (4.3) beschreibt den Zusammenhang der Variablen L_t und K_t als Potenzfunktion.

Aus Beziehung (4.2) folgt die Ableitung des entsprechenden Zusammenhangs zwischen den Einsatzmengen der Produktionsfaktoren für eine konstante partielle Grenzproduktivität des Kapitaleinsatzes in Höhe von $(\frac{\delta X}{\delta K})_o$.

$$(4.4) \qquad K_t = \left[\frac{\beta}{(\frac{\delta X}{\delta K})_o}\right]^{\frac{1}{1-\beta}} \cdot L_t^{\frac{\alpha}{1-\beta}}$$

Nach Beziehung (4.4) gehorcht die Abhängigkeit der Variablen bei unterschiedlichem Gewicht der produktionstheoretischen Parameter ebenfalls einer Potenzfunktion.

4. Die partiellen realen Produktionselastizitäten α und β sind als Funktionsparameter den Beziehungen (4.3) und (4.4) gemeinsam.

Ihrer Wirkungsweise sind daher zusammenfassend die folgenden Abschnitte gewidmet.

4.1.1. Die Niveauelastizität des Produktionsprozesses

1. Die Schar der den Beziehungen (4.3) und (4.4) zugeordneten Kurvenverläufe sind dem Typ einer Potenzfunktion gemäß jeweils sowohl durch ständig zunehmende, gleichbleibende oder sinkende Steigungsmaße bzw. durch eine konstante Elastizität der Variablen K_t in Bezug auf L_t größer, gleich oder kleiner dem Betrag Eins charakterisiert.

2. Maßgebend für diese Klassifizierung ist der jeweilige numerische Wert des Exponenten der Variablen L_t .

Für die Kurvenverläufe der Beziehung (4.3) liegt der erste, zweite oder dritte Fall vor, sofern die Ungleichungen der Beziehung (4.5) erfüllt sind.

(4.5) $\alpha + \beta \gtreqless 1$

Für eine Klassifizierung der Kurvenverläufe gemäß Beziehung (4.4) gelten infolge der formal symmetrischen Behandlung der Produktionsfaktoren in der vorgegebenen produktionstheoretischen Beziehung (2.1) die in Beziehung (4.5) aufgeführten Bedingungen in umgekehrter Reihenfolge entsprechend.

3. Die Summe der partiellen realen Produktionselastizitäten der Faktoren in Beziehung (4.5) ist ein Maß für die Niveauelastizität des Produktionsprozesses oder den Grad der Homogenität der Produktionsfunktion.

Das bedeutet, daß die aufgezeigten kritischen Bereiche der Elastizität der Güterproduktion gegenüber Niveauvariationen des Faktoreinsatzes ein Kriterium für die jeweiligen Steigungsmaße der den Beziehungen (4.3) und (4.4) zugeordneten Kurvenverläufe liefern.

4.1.2. Die partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren

1. Die partiellen realen Produktionselastizitäten der Faktoren α und β wirken gemeinsam sowohl auf die Höhe des allgemeinen Proportionalitätsfaktors der Beziehungen (4.3) und (4.4) wie auf den Exponenten der Variablen L_t ein.

2. Das hat im Falle der Beziehung (4.3) zur Folge, daß durch eine Erhöhung der partiellen Produktionselastizität einer der beiden Faktoren die zugeordneten Kurvenverläufe

zwar in unterschiedlichem Maße, jedoch in gleicher Richtung, eine proportionale Senkung und in ihrem Anstieg zusätzlich eine Abflachung erfahren.

Dies ist daraus zu erklären, daß die Veränderung der partiellen Produktionselastizität eines Faktors nicht nur die partielle Grenzproduktivität seines Einsatzes, sondern auch die dies komplementären Faktors verändert und durch entsprechende Variationen der Faktoreinsatzmengen ausgeglichen werden kann.

3. Für die Beziehung (4.4) gilt dieser Zusammenhang in umgekehrter Richtung mit der Besonderheit, daß der Parameter α nur die Elastizität eines Kurvenverlaufs berührt.

4.1.3. Die partiellen Grenzproduktivitäten der Faktoren

1. Die Unterscheidung der den Beziehungen (4.3) und (4.4) jeweils zugeordneten Kurvenverläufe gründet sich auf die numerische Fixierung der partiellen realen Grenzproduktivitäten des Arbeits- bzw. Kapitaleinsatzes.

Sie wirken jeweils als allgemeine Proportionalitätsfaktoren der gekennzeichneten Beziehungen.

2. Eine Erhöhung der vorgegebenen partiellen Grenzproduktivität des Arbeitseinsatzes bewirkt in Beziehung (4.3) eine proportional positive Verschiebung der Kurvenverläufe in Richtung der abhängigen Veränderlichen. Eine Erhöhung der partiellen Grenzproduktivität des Kapitaleinsatzes hat nach Beziehung (4.4) eine entgegengesetzte Wirkung zur Folge.

3. Der Grund hierfür ist in dem Typ der vorliegenden Produktionsfunktion (2.1) zu sehen.

Danach führt die relative Erhöhung der Einsatzmenge eines Produktionsfaktors zu einer Senkung ihrer partiellen realen Grenzproduktivität, jedoch zu einer Erhöhung der des komplementären Faktors.

4.2. Alternative Faktorkombinationen für stationäre Einsatzmengen eines Faktors

1. Die Festsetzung alternative Beträge für die partiellen Grenzproduktivitäten der Faktoren als Parameter der Beziehungen (4.3) und (4.4) erlaubt es, aus der Schar der jeweils definierten Kurvenverläufe ein ausgezeichnetes Kurvenpaar zu spezifizieren.

Es kennzeichnet die geometrischen Orte aller Kombinationen des Arbeits- und Kapitaleinsatzes, für welche die relative Zuwachsrate jeweils einer der Faktoreneinsatzmengen zu einem gegebenen Zeitpunkt gleich Null ist.

2. Durch die Isolierung eines Kurvenpaares dieser Eigenschaft wird der erste Quadrant des Koordinatensystems einer graphischen Darstellung der Variablen K_t und L_t in spezifische Segmente gegliedert. Die Gliederung erfolgt nach der Richtung der quantitiativen Entwicklung zeitlich aufeinander folgender Kombinationen der Faktoreinsatzmengen entsprechend dem Intraktionsprozeß der Variablen des Beziehungssystems (2.1), (3.5) und (3.10).

Danach lassen sich vier Segmente unterscheiden, je nachdem ob im Zeitablauf ein steigender oder sinkender Kapitalbestand mit einer steigenden oder sinkenden Anzahl von Arbeitskräften einhergeht.

Für die graphische Darstellung bedeutet dies, daß eine Zunahme der Arbeitskräftezahl entsprechend Beziehung (4.3) nur oberhalb des Kurvenverlaufs eines kritischen realen Arbeitseinkommens auftreten kann.

Entsprechendes gilt gemäß Beziehung (4.4) für die Höhe des Sachkapitalbestandes unterhalb einer dem kritischen realen Kapitaleinkommen zugeordneten Linie.

In beiden Fällen ist vorausgesetzt, daß der Betrag des jeweiligen Proportionalitätsfaktors größer als Null ist.

3. Die beschriebenen Zusammenhänge sind in den Analysenfiguren 4.1 bis 4.4 wiedergegeben.

Entsprechend der diskutierten Abhängigkeit der Kurvenverläufe von der Höhe der Niveauelastizität des Produktionsprozesses sind drei Typen unterschieden.

Die Darstellung in Abb. 4.1 ist auf abenehmende, Abb. 4.2 auf zunehmende und die Abb. 4.3. auf gleichbleibende totale Grenzproduktivitäten der Produktionsfaktoren bezogen.

Die Darstellung des Types konstenter Skalenerträge der Produktion ist auf zwei Fälle bezogen, je nachdem, ob der angenommene Wert des Arbeitseinkommens oder Kapitaleinkommens als Proportionalitätsfaktor überwiegt.

Die Abbildungen enthalten das den kritischen Mindestbeträgen der realen Faktoreinkommen zugeordnete Kurvenpaar für die Parameterbeträge $(\frac{\delta X}{\delta L})_o$ bzw. $(\frac{\delta X}{\delta K})_o$ in Höhe von wm bzw. rm . Eine alternative Fixierung der realen partiellen Grenzproduktivitäten der Faktoren bedingen eine Verschiebung in der Lage der zugeordneten Kurvenscharen. Ihre Änderungsrichtung ist jeweils angedeutet.

Die aus der vorgenommenen Segmentierung des Quadranten zu folgernde Änderungsrichtung der Faktoreinsatzmengen im Zeitablauf ist durch Pfeile angezeigt.

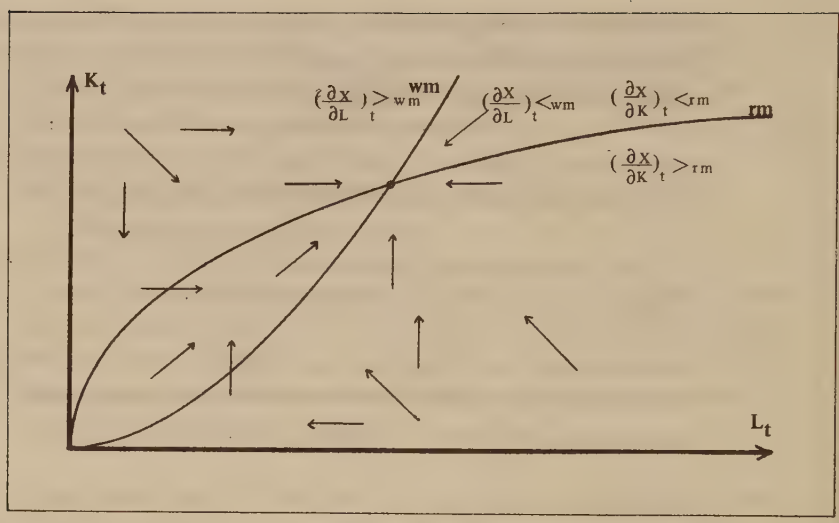

K_t
$(\frac{\partial x}{\partial L})_t > wm$
wm
$(\frac{\partial x}{\partial L})_t < wm$
$(\frac{\partial x}{\partial K})_t < rm$
rm
$(\frac{\partial x}{\partial K})_t > rm$
L_t

Abb. 4.1

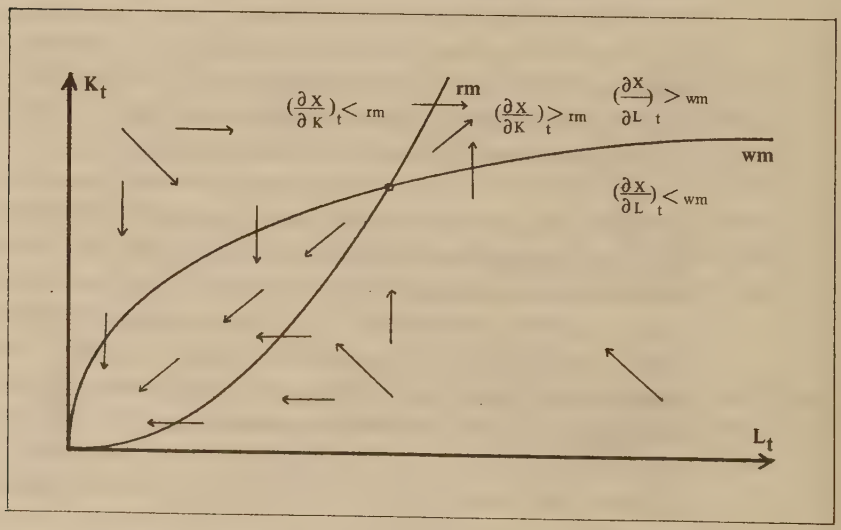

K_t
$(\frac{\partial x}{\partial K})_t < rm$
rm
$(\frac{\partial x}{\partial K})_t > rm$
$(\frac{\partial x}{\partial L})_t > wm$
wm
$(\frac{\partial x}{\partial L})_t < wm$
L_t

Abb. 4.2

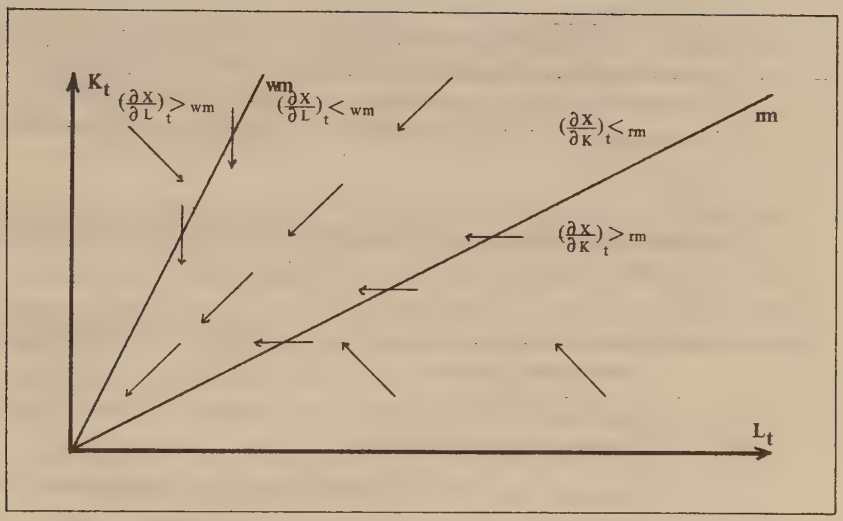

K_t
$(\frac{\partial X}{\partial L})_t > wm$
wm
$(\frac{\partial X}{\partial L})_t < wm$
$(\frac{\partial X}{\partial K})_t < rm$
rm
$(\frac{\partial X}{\partial K})_t > rm$
L_t

Abb. 4.3

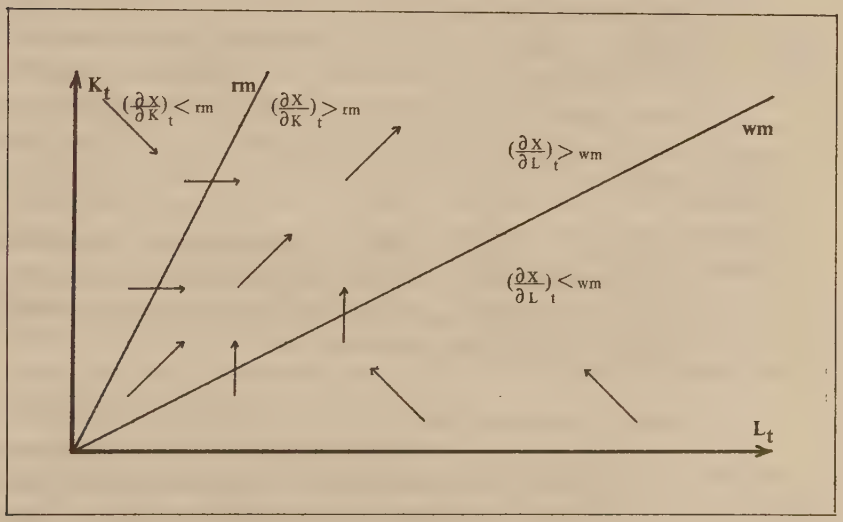

K_t
$(\frac{\partial X}{\partial K})_t < rm$
rm
$(\frac{\partial X}{\partial K})_t > rm$
$(\frac{\partial X}{\partial L})_t > wm$
wm
$(\frac{\partial X}{\partial L})_t < wm$
L_t

Abb. 4.4

4. Mit Hilfe der vorstehenden schematischen Darstellungen in den Abb. 4.1 bis 4.4 können erste Einsichten in dem Zusammenhang und zeitlichen Entwicklungsprozeß der Einsatzmenge an Arbeitskräften und Sachkapital gewonnen werden.

Von besonderer Bedeutung ist die Beantwortung folgender Fragen:

(1) Existiert ein stationärer Zustand der makroökonomischen Variablen?

(2) Ist ein existierender stationärer Zustand stabiler oder instabiler Art?

(3) Wodurch ist der zeitliche Entwicklungsprozeß der makroökonomischen Variablen charakterisiert?

Die Behandlung der ersten Frage ist mit den Bedingungen befaßt, unter welchen ein gegebener Anfangsbestand an Arbeitskräften und Sachkapital im Zeitablauf konstant bleibt, oder durch den zwischenzeitlichen Interaktionsprozeß der Variablen unter jeden Bedingungen eine stetige Änderung erfährt.

Die zweite Frage enthält die Bedingungen, die unabhängig vom Anfangszustand der Variablen bewirken, daß ihr zeitlicher Entwicklugnsprozeß der Verwirklichung eines stationären Zustandes zustrebt.

Eine allgemeine Variante der Fragestellung wäre die Untersuchung, ob die zeitliche Entwicklung der Produktionsfaktoren durch ihre Annäherung an veränderliche, jedoch wohl definierte Grenzwerte charakterisiert werden kann.

Im umgekehrten Fall behält der Entwicklungsprozeß der Variablen seinen evolutorischen Charakter unter allen Umständen bei. Ein etwaig existierender stationärer Zustand wäre demnach zwangsläufig labiler Art.

In Abhängigkeit von der Bestimmung der voranstehenden Sachverhalte bleibt die Untersuchung darüber zu führen, in welcher Weise und gemäß welcher Bedingungen der zeitliche Entwicklungsprozeß der Güterproduktion, der Arbeitskräftezahl und des Kapitalgüterbestandes seinen Ablauf nimmt und dementsprechend charakterisiert werden kann.

4.3. Alternative Faktorkombinationen für stationäre Einsatzmengen beider Faktoren

1. Die Prüfung der Existenz einer oder mehrerer stationärer Kombinationen des Kapital- und Arbeitseinsatzes bedeutet, diejenigen Faktorkombinationen zu bestimmen, für welche die relative Zuwachsrate der Einsatzmengen beider Faktoren während einer Zeiteinheit gleich Null ist.

Die Beziehungen (4.3) und (4.4) beschreiben unter Berücksichtigung der kritischen Höhe jeweils einer funktionellen Einkommensart (wm,rm) denjenigen Zusammenhang, welcher dem gesetzten Kriterium als Teilbedingung für den zugeordneten Produktionsfaktor genügt. Als eine gesuchte stationäre Kombination des Faktoreinsatzes ist daher diejenige anzusehen, die beide Beziehungen als Bedingungsgleichungen erfüllt.

Ist keine derartige Konstellation der Variablen aufzufinden, so ist der Existenznachweis eines stationären Zustandes mißlungen.

2. Durch Einsetzen und Umformung der Beziehungen (4.3) und (4.4) folgt für die Höhe der Arbeitskräftezahl (L_o) und dem Bestand an Sachkaptial (K_o) als Bedingung ihrer stationären Kombination:

$$(4.6) \qquad \left[\begin{array}{l} L_o = 0 \\ K_o = 0 \end{array} \right]$$

$$(4.7) \qquad \left[\begin{array}{l} L_o = \left[\left(\frac{wm}{\alpha}\right)^{1-\beta} \left(\frac{rm}{\beta}\right)^{\beta} \right]^{\frac{1}{\alpha+\beta-1}} \\ K_o = \left[\left(\frac{wm}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{rm}{\beta}\right)^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha+\beta-1}} \end{array} \right]$$

(1) Eine erste empirisch irrelevante Lösung (4.6) exisitert in dem Fall, in welchem die Bestände beider Faktoren gleich Null sind.

(2) Eine zweite reelle Lösung (4.7) bestimmt die Lage einer ausgezeichneten stationären Kombination unter der Bedingung, daß die Skalenerträge der Produktion auf Niveauvariationen der Faktoreinsatzmengen nicht konstant sind.

(3) Im Falle konstanter Skalenerträge existiert gemäß Beziehung (4.7) eine Schar stationärer Kombinationen, wenn die resultierenden linearen kritischen Beziehungen der Produktionsfaktoren entsprechend der Höhe ihrer Proportionalitätsfaktoren kongruent sind.

Deckungsgleich mit dem einzig bestehenden Kurvenverlauf, der den beiden Beziehungen (4.3) und (4.4) genügt, tritt eine unbegrenzte Anzahl stabiler stationärer Faktorkombinationen auf.

3. Für die Beantwortung der Frage nach der Existenz stationärer Faktorkombinationen sind aufgrund der voranstehenden Ergebnisse zwei Fälle getrennt zu behandeln, je nachdem, ob die Niveauelastizität des Produktionsprozesses gleich oder ungleich dem Betrage Eins ist.

Bei variierenden Skalenerträgen der Produktion ist die Existenz einer einzelnen stationären Kombination der Faktoreinsatzmengen gegeben.

Bei konstanten Skalenerträgen der Produktion und einer Gleichheit der Proportionalitätsfaktoren in den Beziehungen (4.3) und (4.4) existiert eine Schar stationärer Faktorkombinationen längs einer Geraden in unbegrenzter Anzahl.

5. Hypthetische Expansionspfade der makroökonomischen Variablen des Modells und ihre Beziehungen untereinander im Zeitablauf

1. Gemäß dem aus den Beziehungen (2.1), (3.5) und (3.10) bestehenden Differentialgleichungssystem ist die Entwicklung seiner Variablen in jedem Moment in Abhängigkeit von der Zeit theoretisch bestimmbar.

Eine jeweils expliziete Auflösung des Systems ist in theoretisch strenger Form jedoch nicht möglich.

Hilfsweise lassen sich mit Hilfe iterativer Näherungsverfahren durch Vorgabe eines Genauigkeitsgrades der Schätzung praktisch gleichwertige Näherungslösungen gewinnen. Sie erlauben es, die Beziehungen der Variablen untereinander im Zeitablauf nahezu exakt zu ermitteln und darzustellen.[1)]

---

1) vgl. Ralstone, A.,, Wilf, H.S., Mathematical Methods for Digital Computers, Wiley, New York, London 1960, p.p. 69-109
drs.,"Runga-Kulta Methods with Minimum Error Bounds", MTAC Vol 16 No 80 (1962), p.p. 431-432

2. Die Bestimmung von Wachstumspfaden für die Höhe der Bevölkerung und dem gesamtwirtschaftlichen Bestand an Sachkapital ist nach der voranstehenden Methode beispielhaft durchgerechnet werden.

Der Rechnung liegt für alternative Anfangswerte der Faktoreinsatzmengen die Annahme einer Niveauelastizität des Produktionsprozesses von kleiner als Eins und eine hypothetische Konstellation der demographischen und produktionstheoretischen Parameter zugrunde.

Die Parameter der Grundbeziehungen des Modells wurden in folgender Höhe hypothetisch angenommen:

(1) Die partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren (α,β) als produktionstheoretische Parameter der Beziehung (2.1):

$\alpha = 0{,}6$ $\beta = 0{,}2$

(2) Die bevölkerungstheoretischen Parameter (p,wm) der Beziehung (2.2):

$p = 1{,}0$ $wm = 0{,}25$

(3) Die kapitaltheoretischen Parameter (s,rm) der Beziehung (2.12):

$s = 1{,}0$ $rm = 0{,}1$

Ausgehend von unterschiedlich gesetzten Anfangswerten der Produktionsfaktoren zu Beginn einer hypothetischen Zeitrechnung ergeben sich die in Abb. 5.1 wiedergegebenen Pfade der Entwicklung des Bevölkerungsstandes und des volkswirtschaftlichen Kapitalstocks in der zugeordneten Beziehung.

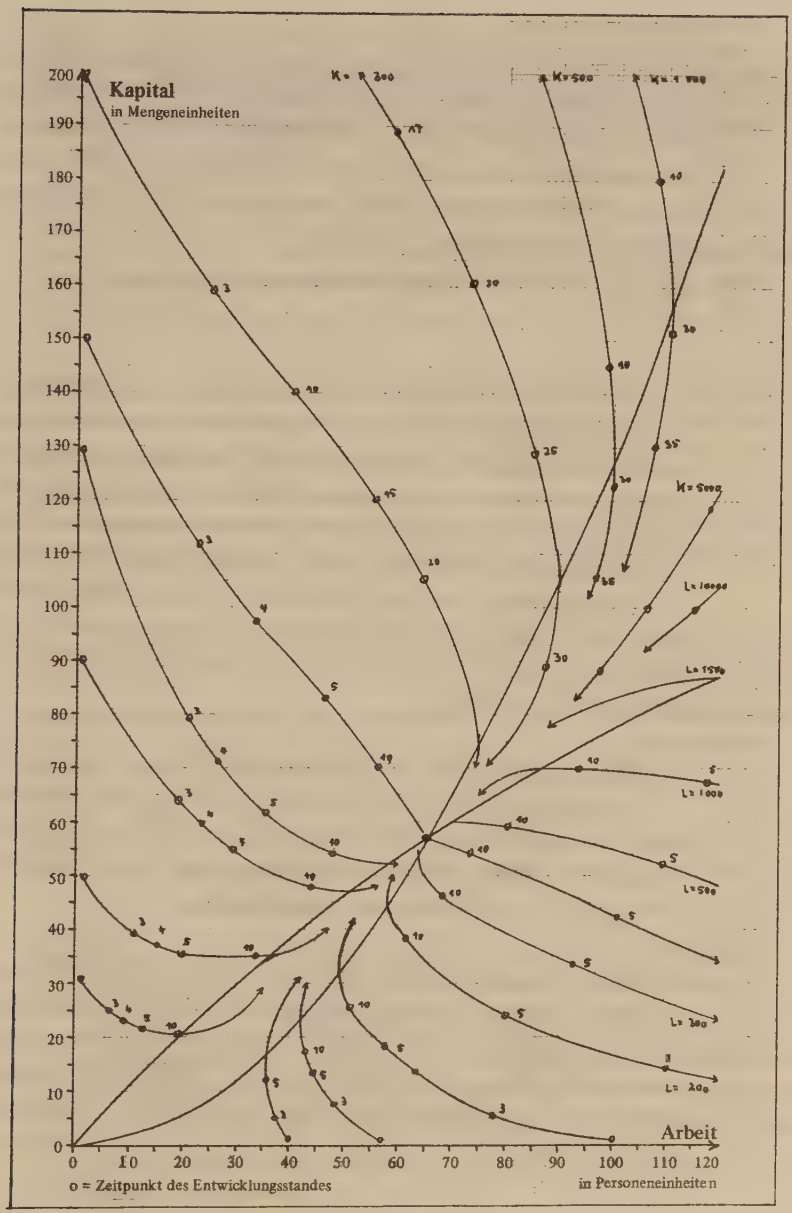

Kapital
in Mengeneinheiten
Arbeit
in Personeneinheiten
o = Zeitpunkt des Entwicklungsstandes
K = 200
K = 500
K = 1000
K = 5000
L = 10000
L = 1500
L = 1000
L = 500
L = 300
L = 200

Abb. 5.1

3. Entsprechend der in Beziehung (4.7) abgeleiteten Existenzbedingungen stationärer und stabiler Gleichgewichtskombination der makroökonomischen Variablen, führen alle Expansionspfade der Produktionsfaktoren zu der Realisierung einer stationären Kombination ihrer Faktoreinsatzmengen (K_n, L_n).

Sie ist durch folgende Werte gekennzeichnet:

$$K_n = 55{,}3 \qquad L_n = 66{,}36$$

Der Zeitpunkt der Verwirklichung eines stationären Zustandes der Wirtschaft wird unter den gesetzten Bedingungen im strengen Sinne während keiner endlichen Zeitperiode erreicht. Den durchgeführten Testrechnungen und der graphischen Darstellung ihrer Ergebnisse in Abb. 5.1 ist jedoch zu entnehmen, daß die Variablen des Systems in Abhängigkeit von der Distanz ihrer Anfangswerte gegenüber den langfristig attendierten Gleichgewichtswerten relativ schnell in die Umgebung ihrer stationären Konstellation streben.

4. Als Ergebnis der Testrechnungen finden die im Verlauf der voranstehenden Ausführungen abgeleiteten Vermutungen über den zeitlichen Entwicklungsprozeß der Variablen hinsichtlich ihrer Bewegungsrichtung und langfristigen Nährungswerte eine adäquate Bestätigung.

Aufgabe des nächsten Kapitels ist es, den modellhaften Verlauf theortetischer Expansionspfade der makroökonomischen Variablen nicht aufgrund hypothetischer, sondern mit Hilfe empirisch abgeschätzter Parameterbeträge der sozialen Verhaltensweisen und technischen Beziehungen zu ermitteln.

6. Die Bestimmung der Anwendungsbedingungen des Modells unter besonderer Berücksichtigung der Schätzung unbekannter Parameter

1. Die voranstehende Untersuchung war mit dem analytischen Gehalt des vorliegenden Modells befaßt, um die interdepenten Beziehungen zwischen seinen Variablen und Parametern aufzudecken und zu beschreiben.

Mit Hilfe hypothetischer Parametervariationen wurde versucht, die Interaktionsprozesse zwischen den Variablen und deren Zusammenwirken im Zeitablauf zu erklären.

2. Für eine Überprüfung des Modells in seinem empirischen Gehalt kann eine formale Untersuchung jedoch nicht ausreichen.

Auch liegt der Fall nicht vor, daß bereits aus theoretischen Gründen empirisch sinnvolle Ergebnisse ausgeschlossen werden können. Der Allgemeinheitsgrad des Modells erlaubt es vielmehr, jedweden denkbaren Wirtschaftsablauf als Funktion seiner Ausgangsbedingungen zu simulieren:

(1) Es sind kontrahierende, stationäre und expandierende Wirtschaftsprozesse in Abhängigkeit von der Entwicklung der Faktorbestände möglich.

Ihre fortschreitende Kontraktion, Stagnation oder Expansion kann, voneinander unabhängig, sowohl bezüglich der Höhe der Bevölkerung als auch des Bestandes an Sachkapital in aufeinander abfolgenden Phasen mit entgegengesetzter Bewegungsrichtung auftreten. Dies hängt davon ab, ob die Höhe der funktionalen Realeinkommen einen jeweils vorgegebenen kritischen Wert unter- oder übersteigt.

(2) Stabile und labile Gleichgewichtszustände sind als Funktion der Höhe der Niveauelastizität des Produktionsprozesses gegeben.

(3) Die wirtschaftliche Entwicklung kehrt im Zeitablauf von jeder möglichen Ausgangslage zu einer determinierten stationären Konstellation der makroökonomischen Variablen zurück, soweit die Niveauelastizität des Produktionsprozesses den Wert Eins unterschreitet.

Ist dies nicht der Fall, so mündet der wirtschaftliche Wachstumsprozeß in einem kumulativen Prozeß der Kontraktion oder Expansion.

Für einen Betrag der Niveauelastizität gleich Eins ist die Typisierung der wirtschaftlichen Entwicklung im Sinne der voranstehenden Alternativen undefiniert. Die Konstellation der übrigen Parameter des Modells bedingt einen Entwicklungsprozeß des einen oder anderen Typs einschließlich einer Vielzahl wohl definierter Wirtschaftslagen mit identischer Kapitalintensität als gleichermaßen mögliche stabile stationäre Zustände.

Die aus dem hohen Allgemeinheitsgrad des Modells folgende Vielzahl hypothetischer Ergebnisse erfordert für einen Theorietest zwingend, die Ausgangsbedingungen des Modells zu konkretisieren.

Das bedeutet, die als Modellparameter eingeführten produktionstheoretischen und sozialpsychologischen Sachverhalte nach Maßgabe ihres zeitlichen und räumlichen Geltungsbereichs zu quantifizieren und numerisch abzuschätzen.

4. Der ihren empirischen Ausgangsbedingungen zugeordnete modellhafte Wirtschaftsablauf bildet in seiner Gegenüberstellung mit dem tatsächlichen Wirtschaftsablauf einer Vergleichsperiode das Kriterium für den angestrebten Theorietest.

Dies Kriterium erlaubt es, das zu überprüfende wachstumstheoretische Modell nach Maßgabe einer zu bestimmenden historischen Untersuchung sowohl in seiner Tauglichkeit für eine empirische Beschreibung wie in der empirischen Haltbarkeit seiner Ausgangshypothesen und ihrer verbindenden Konstruktion zu qualifizieren.

Für den Fall einer Konvergenz der theoretischen und empirischen Sachverhalte soll die wirtschaftliche relevante Eignung des Modells anerkannt werden, einen vorgegebenen Wirtschaftsablauf zu beschreiben und gegebenenfalls zu projektieren.

Bezüglich des Gehalts seiner Ausgangshypothesen kann damit jedoch nicht mehr bestätigt werden, als daß diese aufgrund des durchgeführten Tests nicht widerlegt sind.

In diesem Falle mag das Resultat im Rahmen der vorliegenden Arbeit aus den einleitend erörterten Gründen einer mangelnden Integration der Sozialwissenschaften dahingestellt bleiben ohne es analytisch weiter zu vertiefen.

6.1. Die Bestimmung der Anwendungsbedingungen des Modells in ihrer räumlichen und zeitlichen Beziehung

1. Die Entscheidung, welche den aus dem Modellzusammenhang abzuleitenden Aussagen der Charakter von Ausgangshypothesen oder Anwendungsbedingungen zukommt, entbehrt nicht einer gewissen theoretischen Willkür.

Diese Entscheidung könnte nur dann eindeutig getroffen werden, insofern sie aus der Kommentierung des Modells und seiner Konzeption hergeleitet werden könnte. Dies ist nicht der Fall.

Als Kriterium mag daher im hermeneutischen Sinne folgendes gelten:

Alle jene Aussagen, die die spezifische Problematik des theoretischen Erklärungsgegenstandes betreffen und diesbezüglich notwendige Aussagen spezifizieren, werden in Bezug auf das vorliegende Modell als Ausgangshypothesen betrachtet. Alle jene Aussagen dagegen, die inzidenter auf Sachverhalte bezogen sind, die nicht im obigen Sinne Anliegen des Modells sind, gelten als Bestandteile seiner allgemeinen Anwendungsbedingungen.

Gegenstand und Problem des dem Modell zugrundeliegenden Konzepts ist es, einen wirtschaftlichen Entwicklungsprozeß mittels einer Interdependenz von Produktionsvolumen, Arbeitseinsatz und Kapitalbestand unter zusätzlicher Einbeziehung des Bevölkerungswachstums zu beschreiben und zu erklären.

2. Nach dem Gesagten lassen sich demgegenüber folgende Aussagen als Anwendungsbedingungen des Modells formulieren.

Sie dienen einerseits dazu, allgemeine Hypothesen zu spezifizieren, zum anderen diese miteinander zu verknüpfen, ohne den Erklärungsgegenstand oder die konstituierenden Beziehungen des Modells in ihrem Gehalt zu berühren:

(1) Die Allgemeingültigkeit des Ansatzes erlaubt im örtlichen und zeitlichen Sinne die freie Auswahl einer empirischen Vergleichsperiode wirtschaftlichen Wachstums, soweit die theoretischen Anwendungsbedingungen bei der Überprüfung des Modells erfüllt sind.

(2) Neben der Berücksichtigung von der ökonomischen Entwicklung abhängiger variabler Wachstumsraten der Bevölkerung und des Kapitalstocks ist es keine erklärte Zielsetzung des Modells, weitere relevante Parameter des theoretischen Funktionalzusammenhangs endogen zu determinieren.

Die Annahme produktionstechnischer und sozialpsychischer Konstanten soll daher nicht als sozialpsychologische und produktionstheoretische Aussage, sondern als Anwendungsbedingung des Modells betrachtet werden.

(3) Der Anwendung der Grenzproduktivitätstheorie für die reale Faktorentlohnung kommt im Rahmen des Modellzusammenhangs die Funktion zu, seine Grundbeziehungen formal zu verknüpfen. Es ist nicht ihre Aufgabe diese Hypothese und die Implikationen ihrer Anwendung selbst als Gegenstand der theoretischen Analyse einzukleiden.

Die Entlohnung der Produktionsfaktoren nach Maßgabe ihres realen Grenzprodukts soll ebenfalls als Anwendungsbedingung des Modells gelten.

(4) Die Identität des Bevölkerungsstandes in Beziehung (2.2) mit der eingesetzten Zahl an Arbeitskräften in Beziehung (2.1) sowie die entsprechenden Annahmen bezüglich der Kapitalbildungsfunktion (2.12) ist im Zusammenhang des Modells akzidenteller theoretischer Natur.

Die gebildeten Annahmen verbinden die expliziten Variablen der Faktorbildungsfunktionen (2.2) und (2.12) mit den impliziten Variablen der produktionstheoretischen Beziehung (2.1).

(5) Unerörtert bleibt im Konzept des Modells die notwendige Definition der Zeiteinheiten.

Die relative Zuwachsrate der Produktionsfaktoren ist auf eine infinitesimal kurze, die Erstellung des Produktionsvolumens auf eine endliche Periode undefinierter Länge bezogen. Für die Bestimmung geeigneter Zeiteinheiten ist daher keine Anweisung gegeben.

(6) Die produktionstheoretische Beziehung des Modells (2.1) impliziert bezüglich des Verhältnisses der Faktoreinsatzmengen zu der Höhe des resultierenden Produktionsvolumens deren

Messung in Einheiten eines Produktionsvolumens der Produktionsfaktoren in Höhe von jeweils einer Mengeneinheit.

Weiterhin werden für die Höhe der partiellen Produktionselastizitäten Beträge unterstellt, welche die Werte von Null und Eins nicht unter- bzw. überschreiten.

Diesen Annahmen entspricht die Vernachlässigung eines allgemeinen Proportionalitätsfaktors als Maß des herrschenden technischen Wissenstandes in der Beziehung (2.1). Sie bedingen die Messung des physischen Kapitalstocks, des Bevölkerungsstandes und des Produktionsvolumens in geeigneten Einheiten.

3. Bei Geltung der formulierten Bedingungen für die empirische Anwendbarkeit des Modells kann die historische Vergleichsperiode wirtschaftlichen Wachstums in zeitlicher und örtlicher Sicht wie folgt konkretisiert werden:

(1) Die Entwicklung des wirtschaftlichen Wachtstumsprozesses kann nur in denjenigen Ländern verfolgt werden, für die langfristige Reihen makroökonomischer Variablen verfügbar sind. Dies ist jedoch nur für wenige Länder der Fall.

Aus diesem Grunde ist die Entwicklung der deutschen Wirtschaft zugrundegelegt worden, für welche eine lükkenlose und detaillierte Darstellung des wirtschaftlichen Wachstumsprozesses über mehrere Jahrzehnte vorliegt, die alle erforderlichen Angaben zusammenfassend enthält.[1)]

---

1) Hoffmann, Walter,G., unter Mitarbeit von Franz Grumbach und Helmut Hesse, Das Wachstum der deutschen Wirtschaft seit der Mitte des 19. Jahrhunderts, Berlin, Heidelberg, New York, 1965

(2) Die Annahme konstanter Modellparameter, über deren empirische Geltung keinerlei gesicherte Untersuchungsergebnisse vorliegen, veranlaßt dazu, im Verlauf der wirtschaftlichen Entwicklung Deutschlands, relativ störungsfreie Perioden auszuwählen.

Für sie ist zu vermuten, daß die relevanten produktionstechnischen und sozialpsychischen Wachstumsparameter relativ konstant gegenüber jenen Zeiten sind, welche mit einem wirtschaftlichen und sozialen Strukturwandel einhergehen.

Aus diesen Gründen scheidet die deutsche Wirtschaftsentwicklung nach Ausbruch des Ersten Weltkriegs aus.

(3) Die Anwendung der Grenzproduktivitätstheorie für die reale Entlohnung der Faktoren bedingt durch ihre wettbewerbstheoretischen und sozialökonomischen Annahmen sich ebenfalls auf den mutmaßlichen Zeitraum ihrer relativ striktesten Verwirklichung zu beschränken.

Wenn die Anwendung des Modells unter dieser Einschränkung überhaupt möglich erscheint, besteht als einzige Möglichkeit in Deutschland nur, einen Zeitraum vor 1913 zu berücksichtigen.

(4) Der Modellzusammenhang unterstellt eine Gleichheit der Gesamtbevölkerung mit den eingesetzten Arbeitskräften, sowie eine sofortige und volle Auslastung der investierten Kapitalgüter.

Dieser Annahme wird in der Weise Rechnung getragen, daß die kritischen Darstellungen des empirischen und theoretischen Wirtschaftsprozesses ausschließlich auf die Gesamtbevölkerung und den bestehenden Kapitalstock beschränkt werden.

Dadurch kann von der Beziehung (2.1) nicht mehr als von einer produktionstechnischen Relation, im engeren Sinne einer volkswirtschaftlichen Produktionsfunktion gesprochen werden.

Die formale Beziehung zwischen dem realen Produktionsvolumen, dem Bestand an Sachkapital und dem gesamten Bevölkerungsstand ist vielmehr im weiteren Sinne einer sozialen Produktionsfunktion zu kennzeichnen, welche die Beziehungen zwischen den makroökonomischen Variablen synthetisch für die gesamte Gesellschaft und ihre ökonomischen Beziehungen beschreibt.

(5) Als Zeiteinheit wurde dem vorliegenden Datenmaterial entsprechend, die Periode eines Jahres festgelegt. Gehen Parameterwerte dieser Maßgabe in den theoretischen Modellzusammenhang ein, sind auch seine realitätsbezogenen Ergebnisse und ihre Prüfwerte auf die gewählte Zeiteinheit bezogen.

Die Entscheidung ist auf die Übung gestützt, die Wachstumsraten makroökonomischer Variablen, insbesondere des Bevölkerungsstandes, auf die Periode eines Jahres zu beziehen. Für die gewählte Normierung spricht auch, daß die Darstellung hypothetischer Prozesse des Wirtschaftswachstums die Periode eines Jahres als geeignete Zeiteinheit nicht ausschließt.

Im übrigen erscheint es nicht tunlich, die Normierung undefinierter Zeiteinheiten an der Entwicklung von Teilen des Datenmaterials zu orientieren, die als Kriterium einer möglichen Falsifizierung des Gesamtmodells zu dienen bestimmt sind.

Dieses Vorgehen würde bedeuten , die Parameter des Modells unter der Voraussetzung seiner Gültigkeit zu ermitteln. Das gestellte Problem besteht vielmehr darin, die Implikationen des Modells aufgrund unabhängig ermittelter Parameterwerte selbst zu überprüfen.

(6) Die physischen Maßeinheiten der Variablen sind aufgrund der produktionstheoretischen Beziehungen aus dem Modell selbst zu bestimmen.

Durch die Messung des Produktionsvolumens in Einheiten der Produktion infolge eines Faktoreinsatzes von jeweils einer Einheit wird der Vernachlässigung eines allgemeinen Proportionalitätsfaktors in Beziehung (2.1) Rechnung getragen.

Hieraus und aus der voranstehenden Bedingung konnte für die nachstehende Schätzung der produktionstheoretischen Parameter bestimmt werden, das Produktionsvolumen in Mill. Geldeinheiten eines Basisjahres (1913), den Kapitalstock in Mrd. Geldeinheiten und den Bevölkerungsstand in 1000 Personen zu messen.

Aus der Diskussion um die Anwendungsbedingungen des Modells folgt, daß zur Bestimmung einer empirischen Vergleichsperiode aus der deutschen Wirtschaftsgeschichte die Periode nach Beginn des Ersten Weltkriegs in jedem Fall vernachlässigt werden muß. Demgegenüber besteht bislang unwiderlegt die Möglichkeit, daß in der Zeit vor 1931 alle theoretischen Anwendungsbedingungen des Modells für seine empirische Überprüfbarkeit zumindest annäherungsweise vorliegen.

Für den Beginn der Untersuchungsperiode bestehen seit Anfang des 19. Jahrhunderts keine theoretisch zwingenden Begrenzungen. Die ersten geschlossenen Unterlagen beginnen jedoch erst mit dem Jahr 1850.

4. Aus den dargetanen Gründen wird als historische Vergleichsperiode für die empirische Ermittlung von Schätzwerten der in das Modell eingehenden Parameter und zur Überprüfung eines hierdurch determinierten theoretischen Entwicklungsprozesses das wirtschaftliche Wachstum in Deutschland in der Zeit von 1850 - 1913 zugrundegelegt.

Die Analyse verwendet das von HOFFMANN, GRUMBACH und HESSE erarbeitete Datenmaterial; es ist einschließlich zugeordneter makroökonomischer Relationen in Tabelle 6.1 wiedergegeben.

---

1) a.a.O., S. 172 f, S. 253 f.und S. 454 f.

TABELLE : 6.1 DIE ENTWICKLUNG DES PRODUKTIONSVOLUMENS (PRODUKTION), DES BEVOELKERUNGSSTANDES (BEVOELKERUNG), DES KAPITALBESTANDES (KAPITAL) UND ZUGEHOERIGER MAKROOEKONOMISCHER RELATIONEN BEZOGEN AUF EIN JAHR (1850-1913)

(PRODUKTIONSVOLUMEN IN MILL.MARK, KAPITALSTOCK IN MILL.MARK ZU PREISEN DES JAHRES 1913, BEVOELKERUNG IN 1000 PERSONEN)

PERIODE	PRODUKTION	BEVOELKERUNG	KAPITAL	ARB.PROD.	KAP.KOEFF.	KAP.INT.
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1850	9449.	35312.	46770.	0.2676	4.9497	1.3245
1851	9337.	35626.	47500.	0.2636	5.0586	1.3332
1852	9578.	35804.	48800.	0.2671	5.0950	1.3607
1853	9565.	35994.	49400.	0.2657	5.1647	1.3724
1854	9793.	36096.	50310.	0.2713	5.1373	1.3938
1855	9657.	36138.	50690.	0.2672	5.2490	1.4027
1856	10442.	36260.	51890.	0.2880	4.9694	1.4311
1857	10944.	36523.	52570.	0.2997	4.8018	1.4392
1858	10888.	36831.	53330.	0.2956	4.8981	1.4480
1859	10939.	37190.	54210.	0.2941	4.9561	1.4576
1860	11577.	37611.	55730.	0.3078	4.8139	1.4817
1861	11364.	38003.	56660.	0.2990	4.9859	1.4909
1862	11872.	38302.	58320.	0.3095	4.9124	1.5203
1863	12729.	38765.	60290.	0.3284	4.7364	1.5553
1864	13127.	39149.	61930.	0.3350	4.7176	1.5803
1865	13167.	39568.	63370.	0.3329	4.8128	1.6024
1866	13293.	39787.	64830.	0.3341	4.8770	1.6294
1867	13318.	40032.	65900.	0.3327	4.9482	1.6462
1868	14099.	40223.	68120.	0.3505	4.8315	1.6936
1869	14185.	40494.	69300.	0.3504	4.8844	1.7114
1870	14169.	40805.	71170.	0.3472	5.0229	1.7441
1871	14653.	40997.	72690.	0.3574	4.9608	1.7731
1872	15638.	41230.	75130.	0.3793	4.8043	1.8222
1873	16347.	41504.	77130.	0.3933	4.7183	1.8557
1874	17545.	42004.	80430.	0.4177	4.5842	1.9148
1875	17651.	42518.	83050.	0.4151	4.7051	1.9533
1876	17546.	43059.	85750.	0.4075	4.8866	1.9915
1877	17438.	43610.	87990.	0.3999	5.0459	2.0177
1878	18257.	44129.	90300.	0.4137	4.9460	2.0463
1879	17839.	44641.	92120.	0.3998	5.1640	2.0636
1880	17677.	45035.	93970.	0.3920	5.3153	2.0838
1881	18122.	45423.	96170.	0.3949	5.3068	2.1170
1882	18441.	45719.	98170.	0.4034	5.3235	2.1472
1883	19427.	46016.	100690.	0.4222	5.1830	2.1882
1884	19923.	46396.	103300.	0.4294	5.1880	2.2278
1885	20417.	46707.	106160.	0.4371	5.1996	2.2729
1886	20548.	47134.	108400.	0.4359	5.3047	2.3126
1887	21362.	47630.	111180.	0.4485	5.2420	2.3510
1888	22296.	48108.	114980.	0.4623	5.1639	2.3871
1889	22859.	48717.	118570.	0.4692	5.1870	2.4339
1890	23589.	49241.	122660.	0.4791	5.2007	2.4914
1891	23579.	49762.	125540.	0.4738	5.3242	2.5228
1892	24537.	50266.	129430.	0.4861	5.2749	2.5749
1893	25760.	50757.	133540.	0.5075	5.1860	2.6310
1894	26308.	51339.	137230.	0.5126	5.2044	2.6730
1895	27621.	52001.	141180.	0.5312	5.1113	2.7149
1896	28015.	52753.	146030.	0.5424	5.1033	2.7682
1897	29437.	53569.	151390.	0.5495	5.1428	2.8261
1898	30703.	54406.	158100.	0.5643	5.1493	2.9059
1899	31818.	55248.	164070.	0.5759	5.1565	2.9697
1900	33169.	56046.	169370.	0.5918	5.1063	3.0220
1901	32406.	56874.	173360.	0.5698	5.3651	3.0569
1902	33192.	57767.	178050.	0.5737	5.3723	3.0822
1903	34975.	58629.	183430.	0.5966	5.2554	3.1355
1904	36435.	59475.	190420.	0.6121	5.2306	3.2017
1905	37189.	60314.	197210.	0.6166	5.3029	3.2697
1906	38283.	61153.	204310.	0.6260	5.3368	3.3410
1907	39993.	62013.	212020.	0.6449	5.3014	3.4190
1908	40665.	62863.	218100.	0.6469	5.3633	3.4694
1909	41482.	63717.	224720.	0.6510	5.4173	3.5268
1910	42981.	64566.	231300.	0.6657	5.3814	3.5823
1911	44476.	65359.	239180.	0.6805	5.3777	3.6595
1912	46388.	66146.	247770.	0.7013	5.3413	3.7458
1913	48461.	66978.	255940.	0.7238	5.2793	3.8213

(VERGL.: W. G. Hoffmann unter Mitarbeit von F. Grumbach und H. Hesse, Das Wachstum der deutschen Wirtschaft seit der Mitte des 19. Jahrhunderts, Berlin, Heidelberg, New York, 1965, S. 172 f, S. 253 f, S. 454 f; B. Gahlen, Die Überprüfung pruduktionstheoretischer Hypothesen für Deutschland (1850-1913), Tübingen 1968, Tab.: A. 1. 4. -1)

6.2. Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die numerischen Beträge der Modellparameter

Die empirische Ermittlung numerischer Schätzwerte der Parameter des Modells ist seiner Analyse entsprechend mit der Bestimmung von sechs Parametern befaßt:

(1) Die produktionstheoretische Ausgangshypothese (2.1) über die Gesetzmäßigkeiten und Bestimmungsgründe der Güterproduktion enthält

- α reale partielle Produktionselastizität des Arbeitseinsatzes
- β reale partielle Produktionselastizität des Kapitaleinsatzes.

(2) Die demographische Beziehung (2.2) enthält die sozialpsychischen Bestimmungsgründe des Bevölkerungswachstums:

- p Proliferationsneigung und Maß der Reagibilität der realtiven Zuwachsrate der Bevölkerung auf reale Schwankungen des Arbeitseinkommens.
- wm Mindestlohnsatz und kritischer Mindestbetrag des realen Arbeitseinkommens, für welchen das Bevölkerungswachstum zum Stillstand kommt.

(3) Die Gesetzmäßigkeiten der realen Vermögensbildung (2.12) enthalten als sozialpsychische Bestimmungsgründe der Kapitalakkumulation:

- s Sparneigung der Bezieher vom Kapitaleinkommen oder Anteil des ralen Kapitaleinkommens, der der Selbstfinanzierung von Investitionen dient.
- rm Mindestzinssatz und kritischer Mindestbetrag des realen Kapitaleinkommens, für welchen die Spar- und Investitionstätigkeit eingestellt wird.

Die numerischen Beträge der voranstehenden Parameter werden im folgenden empirisch abgeschätzt und bei der Berechnung hypothetischer Expansionspfade der makroökonomischen Variablen nach Maßgabe zugeordneter Schätzbereiche berücksichtigt.

6.2.1. Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die partielle Produktionselastizität der Faktoren

1. Es liegen zahlreiche Versuche vor, die numerischen Beträge produktionstheoretischer Parameter nach Maßgabe der wirtschaftlichen Entwicklung in Deutschland vor dem Jahre 1913 zu schätzen.[1)]

Die Ergebnisse können jedoch nicht übernommen werden, weil die ihnen zugrundeliegende Fragestellung oder die Bestimmung der Variablen den vorliegenden Definitionen nicht entsprechen.

(1) Die ökonometrischen Analysen produktionstheoretischer Zusammenhänge sind zum Teil darauf gerichtet, einen adäquaten Funktionstyp der empirischen Beziehungen zu überprüfen.

Die numerischen Ergebnisse dieser Analysen sind aus systematischen Gründen durch die Zuhilfenahme zusätzlicher Hypothesen, wie z.B. über die Bestimmungsgründe der Einkommensverteilung oder die Art des technischen Fortschritts mehrdeutig und interpretationsbedürftig.

Im vorliegenden Fall wird dagegen die Gültigkeit der produktionstheoretischen Zusammenhänge nicht in Frage gestellt. Es werden vielmehr unter den gegebenen produktionstheoretischen Annahmen die der empirischen Entwicklung der makroökonomischen Variablen eindeutig zuzuordnenden Parameterbeträge bestimmt.

---

1) vgl. Hesse, Helmut und Gahlen, Bernhard, Das Wachstum des Nettoinlandsprodukts in Deutschland, 1850 - 1913. Berechnung von makroökonomischen Produktionsfunktionen "Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft", Bd. 121 (1965), S. 452 - 497

(2) Zum anderen ist die Untersuchung produktionstheoretischer Zusammenhänge darauf gerichtet, Einblick in den volkswirtschaftlichen Produktionsprozeß als einen technologisch interpretierbaren Vorgang zu gewinnen.

Dementsprechend schließt sich die ökonomische Definition der Variablen des Produktionsprozesses eng an die Begriffsbildung der technischen Maßeinheiten an.

Nach den Anwendungsbedingungen für das vorliegende Modell ist eine produktionstechnisch orientierte Begriffsbildung nicht möglich. Die Gesamtbevölkerung und der volkswirtschaftliche Bestand an Sachkapital gehen vielmehr als Variable direkt in den Zusammenhang einer gesellschaftlichen Produktionsfunktion ein.

Aus diesen Gründen ist die Höhe der produktionstheoretischen Parameter unabhängig von der empirischen Geltung und den Aussagen des Modells anhand des historischen Materials unter Berücksichtigung der erörterten Anwendungsbedingungen zu ermitteln.

2. Die realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren (α, β) stellen in der produktionstheoretischen Beziehung (2.1) Parameter eines funktionalen Zusammenhangs mit einer abhängigen Variablen, dem Produktionsvolumen (X_t) und zwei unabhängigen Variablen, der Höhe der Bevölkerung (L_t) und dem Kapitalbestand (K_t), bezogen auf eine Zeiteinheit (t) dar:

$$(2.1) \qquad X_t = L_t^{\alpha} \cdot K_t^{\beta} \quad \text{für} \quad 1 > \alpha > 0 \quad , 1 > \beta > 0$$

Wird für die Zeitperiode von 1850 bis 1913 die historische Höhe des Produktionsvolumens, der Bevölkerung und des volkswirtschaftlichen Sachkapitalbestandes bezogen auf die Zeiteinheit eines Jahres in Beziehung (2.1) eingesetzt,

so ergibt sich als Bestimmungsgleichung für die unbekannte Höhe der partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren α_t und β_t :

(6.1.1) $X_t = L_t^{\alpha_t} \cdot K_t^{\beta_t}$ für $t = 1850, 1851, \ldots, 1913$

(6.1.2) $\alpha_t = \frac{\ln X_t}{\ln L_t} - \frac{\ln K_t}{\ln L_t} \cdot \beta_t$

3. Sind die Variablen der Beziehung (2.1) als Konstante der Beziehung (6.1) für ein bestimmtes Jahr t gegeben, so besteht zwischen den Parametern α_t und β_t als Unbekannte eine lineare Beziehung. Sie bestimmt, welche Kombinationen der partiellen Faktorelastizitäten in der betrachteten Periode unter den gegebenen Daten des Produktionsprozesses bezüglich der Faktoreinsatzmengen und dem Porduktionsergebnis alternativ in hypothetischer Zuordnung auftreten können.

Solange zwischen beiden Unbekannten die Beziehung (6.1) als einzige vorliegt, ist eine eindeutige Bestimmung der partiellen Produktionselastizitäten nicht möglich.

Es läßt sich jedoch anhand des in Tabelle 6.1 vorliegenden Datenmaterials bereits zeigen, daß der in der Beziehung (2.1) vorausgesetzte Geltungsbereich der produktionstheoretischen Parameter zwischen den Beträgen Null und Eins durch die Beziehung 6.1 näherungsweise erfüllt wird. Beide Funktionsparameter der linearen Beziehung betragen näherungsweise Eins.

6.2.1.1. Berechnung unter der Annahme einer absoluten Konstanz der produktionstheoretischen Parameter

1. Den Anwendungsbedingungen des Modells entspricht die Hypothese einer relativen zeitlichen Invarianz der partiellen Produktionselastizitäten.

Danach läßt sich im Grenzfall einer absoluten Konstanz der Parameter im Zeitablauf eine weitere, der Beziehung (6.1) zugeordnete Bedingungsgleichung für alternative Kombinationen der partiellen Produktionselastizitäten nach n weiteren Zeiteinheiten bilden.

Es gilt

$$\alpha_t = \alpha_{t+n} \tag{6.2}$$

und entsprechend (6.1):

$$\alpha_{t+n} = \frac{\ln X_{t+n}}{\ln L_{t+n}} - \frac{\ln K_{t+n}}{\ln L_{t+n}} \cdot \beta_{t+n} \tag{6.3}$$

Gelten die Bezeichnungen:

$$S_t \equiv \frac{\ln X_t}{\ln L_t} \tag{6.4}$$

$$A_t \equiv \frac{\ln K_t}{\ln L_t}$$

so folgt die Bestimmung von α_t und β_t aus den Beziehungen (6.1) bis (6.4)

$$\alpha_t = \frac{S_t \cdot A_{t+n} - S_{t+n} A_t}{S_t - S_{t+n}} \tag{6.5.1}$$

und

$$\beta_t = \frac{A_{t+n} - A_t}{S_t - S_{t+n}} \tag{6.5.2}$$

2. Eine absolute Konstanz der Parameter α_t und β_t ist wegen der Möglichkeit temporärer Sonderbewegungen der Variablen (X_t, L_t, K_t) und statistischer Meßfehler nicht zu erwarten.

Das Verfahren könnte daher in der Weise angewendet werden, mehrere Jahre in den Vergleich einzubeziehung und darüberhinaus für getrennte Zeitabschnitte durchzuführen, um langfristige Niveauverschiebungen der partiellen Produktionselastizitäten sichtbar zu machen.

Geht man in dieser Weise für aufeinander folgende Jahre der Periode 1850 bis 1913 vor, so erhält man abgesehen vom Anfangs- und Endjahr der Untersuchungsperiode für jedes weitere Jahr zwei errechnete Werte. Der erstere resultiert aus einem Vergleich gegenüber dem vorangehenden, der zweite Wert gegenüber dem nachfolgenden Jahr.

Weichen beide Werte voneinander ab, so steht die Behauptung einer absoluten Konstanz der Parameterwerte hierzu in Widerspruch und kann als Bedingung in ihrer strikten Form nicht aufrechterhalten werden.

Ändern sich die partiellen Produktionselastizitäten im Zeitablauf jedoch nur wenig, so kann erwartet werden, daß ihre tatsächlichen Werte in der unmittelbaren Umgebung des jeweils ermittelten Wertepaares liegen.

In diesem Fall könnte das arithmetische Mittel jeweils einer Periode t zugeordneter Werte als Schätzwert der tatsächlichen Höhe der partiellen Produktionselastizität der Arbeit (α_t) bzw. des Kapitals (β_t) in der betrachteten Periode angesehen werden.

$$(6.6.1)\quad \alpha_t = \frac{1}{2}\left[\frac{S_{t-1}\cdot A_t + S_t\cdot A_{t-1}}{S_{t-1} - S_t} + \frac{S_t\cdot A_{t+1} + S_{t+1}\cdot A_t}{S_t + S_{t+1}}\right]$$

$$(6.6.2)\quad \beta_t = \frac{1}{2}\left[\frac{A_t - A_{t-1}}{S_{t-1} - S_t} + \frac{A_{t+1} - A_t}{S_t - S_{t+1}}\right]$$

3. Führt man das Verfahren in der beschriebenen Weise für aufeinanderfolgende Jahre durch, so treten jedoch keine akzeptablen Lösungen der Gleichungen (6.1) bis (6.6) auf.

Die Ergebnisse der Berechnungen enthält Tabelle 6.2. Der Versuch die realen partiellen Elastizitäten der Produktionsfaktoren nach der voranstehenden Methode zu berechnen ist demnach gescheitert.

Eine Analyse der Ergebnisse in Tabelle 6.2 zeigt, daß jährliche Fluktuationen der makroökonomischen Variablen aus hier nicht näher zu untersuchenden Gründen auch in jedem Unterabschnitt der Totalperiode zu groß sind, um zu der Bestimmung einer Abfolge sich stetig entwickelnder Parameterwerte zu gelangen, geschweige die Bedingung ihrer Konstanz zu bestätigen.

TAB. : 6.2

DIE SCHAETZUNG PARTIELLER PRODUKTIONSELASTIZITAETEN DER FAKTOREN ARBEIT UND KAPITAL
BEI GEGEBENER HOEHE DES PRODUKTIONSVOLUMENS
UND GEGEBENEN EINSATZMENGEN DER PRODUKTIONSFAKTOREN
BEZOGEN AUF EIN JAHR (1850-1913)

PERIODE	PARTIELLE PRODUKTIONSELASTIZITAET DER ARBEIT			PARTIELLE PRODUKTIONSELASTIZITAET DES KAPITALS		
	1.SCHAETZWERT	2.SCHAETZWERT	MITTELWERT	1.SCHAETZWERT	2.SCHAETZWERT	MITTELWERT
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1850	1.2986			-1.1507		
1851	0.6619	1.2966	0.9793	0.5724	-1.1507	-0.2891
1852	1.0283	0.6619	0.8451	-0.4158	0.5724	0.0783
1853	0.8031	1.0283	0.9157	0.1899	-0.4158	-0.1130
1854	0.7673	0.8031	0.7852	0.2859	0.1899	0.2379
1855	-0.3960	0.7673	0.1854	3.3974	0.2859	1.8416
1856	-0.6170	-0.3966	-0.5068	3.9835	3.3974	3.6905
1857	1.3154	-0.6170	0.3492	-1.1404	3.9835	1.4216
1858	1.6029	1.3154	1.1592	-0.3143	-1.1404	-0.7273
1859	0.1239	1.0029	0.5634	1.0027	-0.3143	0.8442
1860	1.7299	0.1239	0.9269	-2.2056	2.0027	-0.1015
1861	0.3493	1.7299	1.0396	1.4007	-2.2056	-0.4025
1862	0.0918	0.3493	0.2205	2.0692	1.4007	1.7350
1863	0.5334	0.0918	0.3126	0.9310	2.0692	1.5001
1864	0.9957	0.5334	0.7665	-0.2643	0.9310	0.3334
1865	0.8169	0.9957	0.9083	0.2020	-0.2643	-0.0311
1866	0.9989	0.8169	0.9079	-0.2599	0.2020	-0.0289
1867	0.2294	0.9989	0.6142	1.6870	-0.2599	0.7135
1868	0.9945	0.2294	0.5619	0.0168	1.6870	0.8519
1869	1.0407	0.8945	0.9676	-0.3492	0.0168	-0.1662
1870	0.2875	1.0407	0.6641	1.5254	-0.3492	0.5881
1871	0.1155	0.2875	0.2017	1.9507	1.5254	1.7381
1872	0.2546	0.1159	0.1853	1.6094	1.9507	1.7801
1873	0.2479	0.2546	0.2513	1.6259	1.6094	1.6177
1874	0.9963	0.2479	0.6221	-0.1901	1.6259	0.7179
1875	1.1881	0.9963	1.0922	-0.6525	-0.1901	-0.4213
1876	1.2812	1.1881	1.2346	-0.8756	-0.6525	-0.7641
1877	0.2126	1.2812	0.7469	1.6740	-0.8756	0.3992
1878	1.8580	0.2126	1.0356	-2.2352	1.6740	-0.2806
1879	1.4087	1.8586	1.6336	-1.1701	-2.2352	-1.7027
1880	0.5307	1.4087	0.9697	0.9008	-1.1701	-0.1346
1881	0.6376	0.5307	0.5842	0.6499	0.9008	0.7754
1882	0.0415	0.6376	0.3395	2.0445	0.6499	1.3472
1883	0.5848	0.0415	0.3131	0.7796	2.0445	1.4120
1884	0.5854	0.5848	0.5871	0.7689	0.7796	0.7743
1885	0.9618	0.5854	0.7756	-0.0893	0.7689	0.3398
1886	0.3550	0.9618	0.6584	1.3026	-0.0893	0.6066
1887	0.2934	0.3550	0.3242	1.4431	1.3026	1.3728
1888	0.6591	0.2934	0.4763	0.6120	1.4431	1.0275
1889	0.6059	0.6591	0.6325	0.7323	0.6120	0.6721
1890	1.1800	0.6059	0.8930	-0.5574	0.7323	0.0874
1891	0.4080	1.1800	0.7940	1.1704	-0.5574	0.3065
1892	0.2728	0.4080	0.3404	1.4712	1.1704	1.3208
1893	0.6752	0.2728	0.4760	0.5717	1.4712	1.0214
1894	0.2467	0.6792	0.4629	1.5247	0.5717	1.0482
1895	0.5763	0.2467	0.4115	0.8017	1.5247	1.1632
1896	0.7251	0.5763	0.6507	0.4771	0.8017	0.6394
1897	0.5956	0.7251	0.6603	0.7579	0.4771	0.6175
1898	0.6159	0.5956	0.6077	0.7056	0.7579	0.7318
1899	0.4289	0.6199	0.5244	1.1145	0.7056	0.9101
1900	1.8583	0.4289	1.1436	-1.9309	1.1145	-0.4082
1901	0.7292	1.8583	1.2938	0.4658	-1.9309	-0.7326
1902	0.1936	0.7292	0.4614	1.5990	0.4658	1.0324
1903	0.5133	0.1936	0.3535	0.9257	1.5990	1.2623
1904	0.8219	0.5133	0.6676	0.2795	0.9257	0.6026
1905	0.6924	0.8219	0.7571	0.5493	0.2795	0.4144
1906	0.4744	0.6924	0.5834	1.0009	0.5493	0.7751
1907	0.8758	0.4744	0.6771	0.1658	1.0009	0.5833
1908	0.8158	0.8758	0.8478	0.2971	0.1658	0.2314
1909	0.4635	0.8158	0.6396	1.0168	0.2971	0.6569
1910	0.5620	0.4635	0.5127	0.8165	1.0168	0.9167
1911	0.4517	0.5620	0.5068	1.0396	0.8165	0.9280
1912	0.3620	0.4517	0.4069	1.2203	1.0396	1.1299
1913		0.3620			1.2203	

6.2.1.2. Berechnung unter den Annahmen der Grenzproduktivitätstheorie der Faktorentlohnung

1. Das Scheitern des voranstehenden Ansatzes zur Berechnung der produktionstheoretischen Parameter in Beziehung (2.1) macht einen weiteren Versuch erforderlich.

Der nachstehende Ansatz ist auf die Geltung der Annahmen der Grenzproduktivitätstheorie zur realen Faktorentlohnung gestützt.

Die Annahmen der Grenzproduktivitätstheorie sind in den Anwendungsbedingungen des Gesamtmodells enthalten.

Die herrschenden Begründungen dieses Theorems lassen es sinnvoll erscheinen, die Gültigkeit seiner Aussagen nur insoweit vorauszusetzen, als das Konkurrenzprinzip für Anbieter und Nachfrager von Faktorleistungen und Produkten verwirklicht ist. Nur in diesem Fall folgt aus der allgemeinen Hypothese der Nutzen- und Gewinnmaximierung der wirtschaftenden Individuen nach Maßgabe des Rationalprinzips eine allgemeine Entlohnung der Produktionsfaktoren in Höhe des realen Grenzprodukts ihres Einsatzes.

Dies bedeutet im Zusammenhang mit der Existenz konkurrierender Beziehung, daß unternehmerische Gewinne, die bewertbare dispositive Unternehmerleistungen übersteigen, nicht bestehen und jedwede Steigerung der Produktion in realer Form ohne Rest den Produktionsfaktoren als Entlohnung bezogen auf eine Einheit ihres Einsatzes zugeordnet werden kann.

Unter diesen Bedingungen ist die Höhe des realen Produktionsvolumens der Summe der realen Faktoreinkommen als Produkt ihrer Einsatzmengen und ihrem realen Lohnsatz gleich.

2. Die funktionale Aufteilung des Produktionsvolumens als reales Einkommen der Produktionsfaktoren entsprechend

ihren Einsatzmengen und den zugeordneten realen partiellen Grenzproduktivitäten bedeutet im vorliegenden Zusammenhang, daß der reale Einkommensanteil der Faktoren ihren partiellen realen Produktionselastizitäten jeweils gleich ist.

Die Gültigkeit der Grenzproduktivitätstheorie ist als eine Anwendungsbedingung für das Gesamtmodell in der Untersuchungsperiode akzeptiert worden. Daher kann für die Zeit von 1850 bis 1913 der jeweilige Anteil des Arbeitseinkommens am Volkseinkommen oder die reale Lohnquote bzw. der Anteil des Kapitaleinkommens oder die reale Profitquote als ein Maß für die zu bestimmenden realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren angesehen werden.

Werden auf diese Weise nach Maßgabe der historischen Entwicklung der Lohnquote (LQ_t) Schätzwerte für den Betrag der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit oder der Parameter α_t im Zeitablauf gewonnen, so ist für jede entsprechende Zeiteinheit (t) die Höhe der realen partiellen Produktionselastizität des Kapitals oder des Parameters β_t gemäß der Umkehrfunktion zu Beziehung (6.1) determiniert:

$$\alpha_t = LQ_t \tag{6.6}$$

$$\beta_t = \frac{\ln X_t}{\ln K_t} - \frac{\ln L_t}{\ln K_t} \cdot \alpha_t \tag{6.7}$$

3. Die Ergebnisse einer Bestimmung der Parameter α_t und β_t unter Berücksichtigung der historischen Lohnquote liegen in den Tabellen 6.3. und 6.4. vor.

Tabelle 6.3. stellt die Ergebnisse der Berechnung den verwendeten Parametern der linearen Beziehungen (6.1) und (6.6) gegenüber[1].

In Tabelle 6.4 werden die gewonnenen Ergebnisse der historischen Entwicklung des Produktionsvolumens, der Gesamtbevölkerung und des Sachkapitalbestendes von 1850 bis 1913 zugeordnet.

Schaubild 6.1 gibt die Entwicklung der realen partiellen Elastizitäten der Produktionsfaktoren sowie den Betrag der resultierenden Niveauelastizität des Produktionsprozesses graphisch wieder.

---

1) In Tabelle 1 gelten die folgenden Beziehungen:

$$\text{SEGMENT 1} \equiv \frac{\ln X_t}{\ln L_t} \qquad \text{ANSTIEG 1} \equiv \frac{\ln K_t}{\ln L_t}$$

bzw.

$$\text{SEGMENT 2} \equiv \frac{\ln X_t}{\ln K_t} \qquad \text{ANSTIEG 2} \equiv \frac{\ln L_t}{\ln K_t}$$

TABELLE : 6.3 DIE BERECHNUNG DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITAETEN DER FAKTOREN (ALPHA,BETA) BEI GEGEBENER HOEHE DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITAET DER ARBEIT (ALPHA), GEMESSEN AN DER HISTORISCHEN HOEHE DER LOHNQUOTE, GEGEBENEM PRODUKTIONSVOLUMEN (PRODUKTION) UND GEGEBENEN EINSATZMENGEN DER PRODUKTIONSFAKTOREN (ARBEIT,KAPITAL) BEZOGEN AUF EIN JAHR (1850-1913)

PERIODE	PARAMETER DES FUNKTIONALEN ZUSAMMENHANGS DER ELASTIZITAETEN				PARTIELLE PRODUKTIONSELSTIZITAETEN	
	SEGMENT 1	ANSTIEG 1	SEGMENT 2	ANSTIEG 2	ALPHA	BETA
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1850	0.8741	-0.3672	2.3805	-2.7234	0.9209	-0.1274
1851	0.8728	-0.3684	2.3693	-2.7147	0.8759	-0.0085
1852	0.8741	-0.3707	2.3580	-2.6976	0.8104	0.1719
1853	0.8737	-0.3717	2.3503	-2.6901	0.7951	0.2114
1854	0.8738	-0.3726	2.3493	-2.6839	0.7343	0.3745
1855	0.8743	-0.3741	2.3373	-2.6734	0.7779	0.2576
1856	0.8814	-0.3762	2.3432	-2.6584	0.7260	0.4185
1857	0.8853	-0.3771	2.3474	-2.6516	0.7624	0.3259
1858	0.8841	-0.3782	2.3376	-2.6441	0.8150	0.1827
1859	0.8837	-0.3794	2.3292	-2.6357	0.8144	0.1827
1860	0.8882	-0.3816	2.3273	-2.6203	0.7630	0.3264
1861	0.8855	-0.3828	2.3131	-2.6121	0.7708	0.2997
1862	0.8889	-0.3852	2.3074	-2.5959	0.7411	0.3836
1863	0.8946	-0.3880	2.3057	-2.5774	0.7452	0.3651
1864	0.8966	-0.3901	2.2982	-2.5633	0.7464	0.3850
1865	0.8961	-0.3920	2.2862	-2.5513	0.7694	0.3232
1866	0.8965	-0.3939	2.2760	-2.5388	0.7727	0.3143
1867	0.8961	-0.3952	2.2676	-2.5303	0.7544	0.3587
1868	0.9014	-0.3982	2.2633	-2.5116	0.7071	0.4873
1869	0.9014	-0.3995	2.2556	-2.5030	0.7338	0.3688
1870	0.9004	-0.4017	2.2412	-2.4892	0.7794	0.3011
1871	0.9031	-0.4035	2.2380	-2.4780	0.7623	0.3490
1872	0.9088	-0.4064	2.2359	-2.4604	0.7641	0.3560
1873	0.9123	-0.4086	2.2326	-2.4474	0.7775	0.3298
1874	0.9180	-0.4121	2.2274	-2.4264	0.7672	0.3659
1875	0.9175	-0.4147	2.2120	-2.4115	0.8213	0.2320
1876	0.9155	-0.4172	2.1954	-2.3971	0.8110	0.2504
1877	0.9142	-0.4191	2.1814	-2.3801	0.7884	0.3002
1878	0.9175	-0.4211	2.1790	-2.3750	0.7862	0.3118
1879	0.9143	-0.4225	2.1643	-2.3671	0.7914	0.2910
1880	0.9126	-0.4239	2.1528	-2.3589	0.7637	0.3513
1881	0.9143	-0.4258	2.1473	-2.3486	0.7695	0.3401
1882	0.9154	-0.4275	2.1415	-2.3394	0.7781	0.3212
1883	0.9197	-0.4296	2.1410	-2.3280	0.7614	0.3685
1884	0.9212	-0.4317	2.1344	-2.3166	0.7700	0.3506
1885	0.9230	-0.4339	2.1274	-2.3048	0.7681	0.3571
1886	0.9226	-0.4360	2.1168	-2.2937	0.7758	0.3373
1887	0.9256	-0.4380	2.1129	-2.2829	0.7612	0.3752
1888	0.9284	-0.4400	2.1099	-2.2725	0.7572	0.3891
1889	0.9299	-0.4424	2.1018	-2.2602	0.7504	0.4057
1890	0.9319	-0.4451	2.0934	-2.2465	0.7255	0.4636
1891	0.9309	-0.4468	2.0834	-2.2379	0.7494	0.4063
1892	0.9338	-0.4492	2.0785	-2.2259	0.7366	0.4388
1893	0.9374	-0.4517	2.0751	-2.2137	0.7407	0.4354
1894	0.9386	-0.4538	2.0684	-2.2038	0.7510	0.4134
1895	0.9417	-0.4558	2.0659	-2.1937	0.7542	0.4114
1896	0.9437	-0.4583	2.0590	-2.1817	0.7484	0.4262
1897	0.9450	-0.4610	2.0499	-2.1691	0.7266	0.4738
1898	0.9475	-0.4643	2.0406	-2.1536	0.7126	0.5060
1899	0.9495	-0.4671	2.0328	-2.1410	0.7178	0.4980
1900	0.9526	-0.4694	2.0283	-2.1305	0.7166	0.5016
1901	0.9486	-0.4711	2.0135	-2.1225	0.7344	0.4547
1902	0.9493	-0.4726	2.0086	-2.1158	0.7282	0.4679
1903	0.9530	-0.4745	2.0066	-2.1057	0.7254	0.4792
1904	0.9554	-0.4775	2.0008	-2.0943	0.7220	0.4887
1905	0.9561	-0.4801	1.9915	-2.0830	0.7051	0.5228
1906	0.9575	-0.4827	1.9837	-2.0718	0.7033	0.5267
1907	0.9603	-0.4854	1.9782	-2.0601	0.7072	0.5213
1908	0.9608	-0.4874	1.9709	-2.0516	0.7168	0.5002
1909	0.9612	-0.4895	1.9637	-2.0429	0.7170	0.4989
1910	0.9633	-0.4915	1.9595	-2.0345	0.7115	0.5122
1911	0.9653	-0.4940	1.9540	-2.0243	0.7142	0.5083
1912	0.9668	-0.4966	1.9492	-2.0135	0.7021	0.5355
1913	0.9759	-0.4990	1.9457	-2.0040	0.7072	0.5285

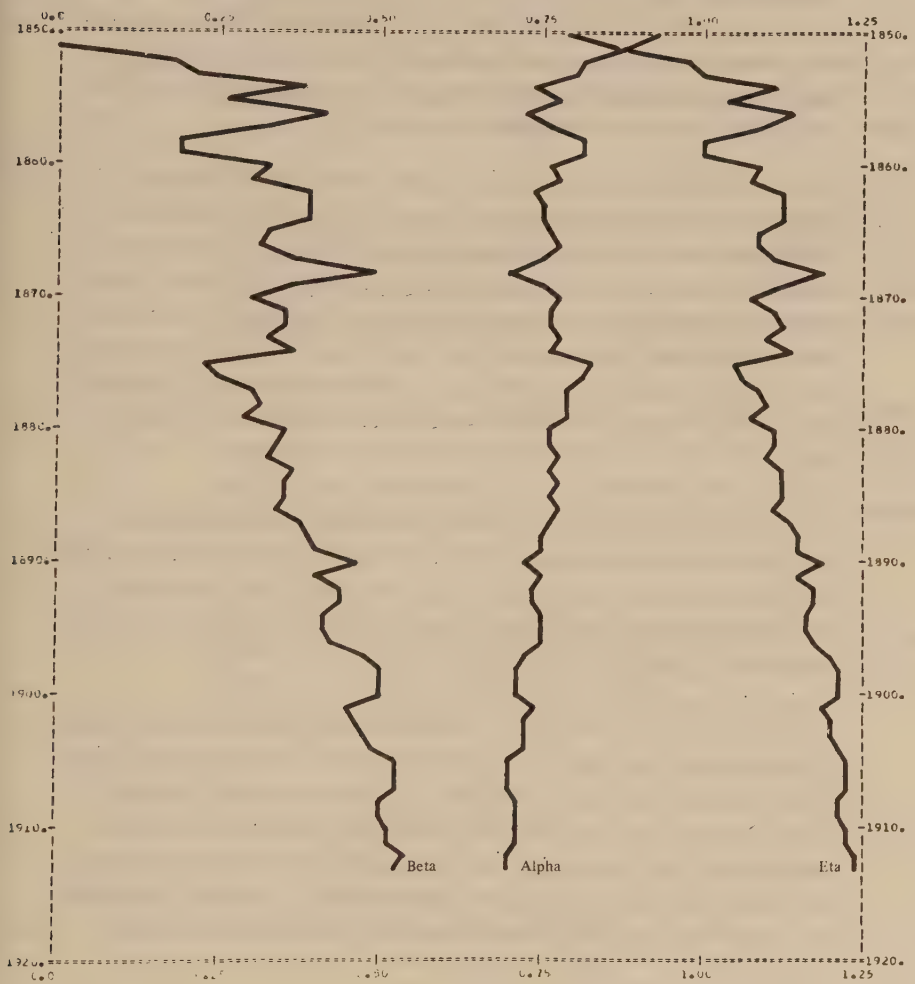
TABELLE : 6.4 DIE ENTWICKLUNG DES PRODUKTIONSVOLUMENS (PRODUKTION), DER EINSATZMENGEN DER PRODUKTIONSFAKTOREN (ARBEIT,KAPITAL), DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITAETEN DER FAKTOREN (ALPHA,BETA) UND DER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA) UNTER BERUECKSICHTIGUNG DER HISTORISCHEN HOEHE DER LOHNQUOTE, BEZOGEN AUF EIN JAHR (1850-1913)

(PRODUKTIONSVOLUMEN IN MILL.MARK,KAPITALSTOCK IN MRD.MARK ZU PREISEN DES JAHRES 1913, BEVOELKERUNG IN 1000 PERSONEN)

PERIODE	PRODUKTIONSVOLUMEN UND FAKTOREINSATZMENGEN			PRODUKTIONSELASTIZITAETEN		
	PRODUKTION	BEVOELKERUNG	KAPITAL	ALPHA	BETA	ETA
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1850	9044.	35316.	46.77	0.9209	-0.1274	0.7935
1851	9390.	35603.	47.50	0.8759	-0.0085	0.8674
1852	9578.	35864.	48.80	0.8104	0.1719	0.9823
1853	9365.	35994.	49.40	0.7951	0.2114	1.0065
1854	9793.	36046.	50.31	0.7343	0.3787	1.1130
1855	9657.	36138.	50.69	0.7779	0.2576	1.0355
1856	10442.	36260.	51.89	0.7240	0.4185	1.1425
1857	10946.	36528.	52.57	0.7624	0.3259	1.0883
1858	10438.	36831.	53.33	0.8190	0.1827	0.9977
1859	10538.	37190.	54.21	0.8144	0.1827	0.9971
1860	11577.	37611.	55.73	0.7636	0.3264	1.0900
1861	11364.	38003.	56.66	0.7708	0.2997	1.0705
1862	11472.	38362.	58.32	0.7411	0.3836	1.1247
1863	12724.	38765.	60.29	0.7452	0.3851	1.1303
1864	13127.	39189.	61.93	0.7464	0.3850	1.1314
1865	13107.	39548.	63.37	0.7694	0.3232	1.0926
1866	13293.	39787.	64.83	0.7727	0.3143	1.0870
1867	13316.	40036.	65.90	0.7544	0.3587	1.1131
1868	14009.	40223.	68.12	0.7071	0.4873	1.1944
1869	14188.	40434.	69.30	0.7536	0.3688	1.1226
1870	14163.	40805.	71.17	0.7794	0.3011	1.0805.
1871	14653.	40937.	72.69	0.7523	0.3490	1.1113
1872	15638.	41230.	75.13	0.7641	0.3560	1.1201
1873	16347.	41564.	77.13	0.7775	0.3298	1.1073
1874	17549.	42004.	80.43	0.7672	0.3659	1.1331
1875	17651.	42513.	83.03	0.8213	0.2320	1.0533
1876	17548.	43059.	85.75	0.8116	0.2500	1.0616
1877	17438.	43616.	87.99	0.7884	0.3002	1.0886
1878	18257.	44124.	90.30	0.7862	0.3118	1.0980
1879	17839.	44641.	92.12	0.7914	0.2910	1.0824
1880	17679.	45255.	93.97	0.7637	0.3513	1.1150
1881	18122.	45424.	96.17	0.7695	0.3401	1.1096
1882	18441.	45719.	98.17	0.7761	0.3212	1.0993
1883	19427.	46016.	100.69	0.7614	0.3685	1.1299
1884	19923.	46396.	103.36	0.7700	0.3506	1.1206
1885	20417.	46707.	106.16	0.7681	0.3571	1.1252
1886	20548.	47134.	109.00	0.7754	0.3373	1.1131
1887	21362.	47636.	111.98	0.7612	0.3752	1.1364
1888	22266.	48168.	114.98	0.7572	0.3891	1.1463
1889	22859.	48727.	118.57	0.7504	0.4057	1.1561
1890	23569.	49241.	122.68	0.7255	0.4636	1.1891
1891	23579.	49762.	125.54	0.7494	0.4063	1.1557
1892	24537.	50266.	129.43	0.7366	0.4388	1.1754
1893	25762.	50757.	133.54	0.7407	0.4354	1.1761
1894	26308.	51334.	137.23	0.7510	0.4134	1.1644
1895	27621.	52001.	141.18	0.7542	0.4114	1.1656
1896	28615.	52753.	146.03	0.7484	0.4262	1.1746
1897	29437.	53569.	151.39	0.7266	0.4738	1.2004
1898	30703.	54406.	158.10	0.7126	0.5060	1.2186
1899	31818.	55248.	164.07	0.7178	0.4960	1.2138
1900	33106.	56046.	169.37	0.7166	0.5016	1.2182
1901	32400.	56874.	173.66	0.7344	0.4547	1.1891
1902	33142.	57767.	178.05	0.7262	0.4679	1.1961
1903	34575.	58629.	183.83	0.7254	0.4792	1.2046
1904	36400.	59475.	190.42	0.7220	0.4887	1.2107
1905	37189.	60314.	197.21	0.7051	0.5228	1.2279
1906	38293.	61153.	204.31	0.7033	0.5267	1.2300
1907	39923.	62013.	212.02	0.7072	0.5213	1.2285
1908	40655.	62863.	218.10	0.7168	0.5002	1.2170
1909	41482.	63717.	224.72	0.7170	0.4989	1.2159
1910	42341.	64586.	231.30	0.7115	0.5122	1.2237
1911	44472.	65355.	239.18	0.7142	0.5083	1.2225
1912	46385.	66146.	247.77	0.7021	0.5355	1.2376
1913	48916.	66972.	255.94	0.7072	0.5285	1.2357

(VERGL.: W. G. Hoffmann unter Mitarbeit von F. Grumbach und H. Hesse, Das Wachstum der deutschen Wirtschaft seit der Mitte des 19. Jahrhunderts, Berlin, Heidelberg, New York, 1965, S. 172 f, S. 253 f, S. 454 f; B. Gahlen, Die Überprüfung pruduktionstheoretischer Hypothesen für Deutschland (1850-1913), Tübingen 1968, Tab.: A. 1. 4. -1)

Schaubild: 6. 1 Die Entwicklung der Partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren (Alpha, Beta) sowie der Niveauelastizität des Produktionsprozesses (Eta)
unter Berücksichtigung der Historischen Höhe der Lohnquote
1850 - 1913



(VERGL.: W. G. Hoffmann unter Mitarbeit von F. Grumbach und H. Hesse, Das Wachstum der deutschen Wirtschaft seit der Mitte des 19. Jahrhunderts, Berlin, Heidelberg, New York, 1965, S. 172 f, S. 253 f, S. 454 f;
B. Gahlen, Die Überprüfung pruduktionstheoretischer Hypothesen für Deutschland (1850-1913), Tübingen 1968, Tab.: A. 1. 4. -1)

4. Die tabellierten Ergebnisse weisen unter den gesetzten Bedingungen für die reale partielle Produktionselastizität des Kapitals (β_t) oder die reale Profitquote in den Jahren 1850 und 1851 negative Werte auf und ab dieser Zeit deren von Schwankungen unterbrochenen langfristigen Anstieg auf etwa 50 Prozentpunkte des realen Volkseinkommens im Jahre 1913.

Die Ermittlung negativer und sehr geringer positiver Werte der realen partiellen Produktionselastizitäten seit dem Beginn der Untersuchungsperiode im Jahre 1850 sowie ihre von starken Schwankungen unterbrochene, langfristig erheblich im Niveau sich verschiebende Entwicklung, läßt die Ergebnisse der Schätzung unter Verwendung der historischen Lohnquote bei unumschränkter Gültigkeit der Grenzproduktivitätstheorie sehr zweifelhaft erscheinen.

5. Eine alternative Berechnung der realen partiellen Produktionselastizitäten unter Verwendung der historischen Entwicklung der realen Profitquote ist nicht möglich, da entsprechende unabhängig von den vorliegenden Werten ermittelte Angaben hierzu fehlen.

6. Aus den Annahmen der Grenzproduktivitätstheorie folgt die Aussage, daß sich die Beträge der realen partiellen Faktorelastizitäten numerisch zum Betrage der Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe von Eins ergänzen. Das bedeutet, daß die produktionstheoretische Grundbeziehung (2.1) einem Funktionstyp homogen vom Grade Eins bzw. einem linear-homogenen Funktionstyp entspricht.

Die voranstehenden unter Geltung des Grenzproduktivitätstheorie ermittelten Schätzwerte erlauben es, deren empirischen Gehalt unmittelbar zu überprüfen.

Das Resultat einer Addition er ermittelten produktionstheoretischen Beträge (α_t, β_t) ist in den Spalten (2) bis (4) der Tabelle 6.5 sowie in Schaubild 6.1 enthalten.

Danach zeigt sich, daß lediglich in den Jahren 1853 bis 1858, 1859 die Summe der realen partiellen Produktionselastizitäten annähernd, d.h. unter Einbeziehung einer Schwankungsbreite von ± 1 Prozent, Eins betragen hat.

Nach diesem Ergebnis scheinen die Zweifel an dem empirischen Gehalt der Grenzporduktivitätstheorie und historischen Lohnquote als geeignetes Maß der realen partiellen Grenzproduktivität des Arbeitseinsatzes bestätigt.

Eine allgemeine Überprüfung der Grenzproduktivitätstheorie wäre erst möglich, wenn weitere und dem vorangehenden Verfahren gegenüber unabhängige Möglichkeiten der Überprüfung ihrer Aussagen gegeben sind.

6.2.1.3. Berechnung unter der Annahme einer linearen homogenen Produktionsfunktion

1. Eine weitere Berechnungsmethode kann unter Berücksichtigung des abgeleiteten Zusammenhangs der Faktorelastizitäten gemäß Beziehung (6.1) ohne Berücksichtigung der historischen Entwicklung der Lohnquote durchgeführt werden.

Voraussetzung hierfür ist, daß die Beziehung (6.1) oder (6.7) um die Bedingung eines gegebenen Homogenitätsgrades (const.) der Produktionsprozesses gemäß Beziehung (.21) als zweite Bestimmungsgleichung der Veränderlichen α_t und β_t ergänzt wird:

(6.8) $$\alpha_t + \beta_t = \text{const.}$$

Daraus folgt für die Bestimmung der partiellen realen Produktionselastizität der Arbeit in Beziehung (6.1):

(6.9.1) $$\alpha_t = \frac{\ln X_t}{\ln L_t} - \frac{\ln K_t}{\ln L_t}(\text{const} - \alpha_t)$$

$$\alpha_t = \frac{\ln X_t - \ln K_t}{\text{const}\cdot\ln L_t - \ln K_t}$$

bzw. für (6.7) oder aus (6.8):

(6.9.2) $$\beta_t = \text{const.} - \alpha_t$$

$$\beta_t = \text{const.} - \frac{\ln X_t - \ln K_t}{\text{const}\cdot\ln L_t - \ln K_t}$$

oder für

$$\text{const} = 1$$

$$\beta_t = \frac{\ln X_t - \ln L_t}{\ln K_t - \ln L_t}$$

$$\beta_t = \text{const} - \alpha_t$$

2. Die Ergebnisse dieser Berechnungsmethode für den Betrag const = 1 sind in den Spalten (5) und (6) der Tabelle 6.5 sowie in den Schaubildern 6.2. und 6.3. enthalten.

Die unter der Bedingung eines linear homogenen Produktionsprozesses errechneten hypothetischen Werte der realen partiellen Produktionselastizität der Faktoren zeigen keine Übereinstimmung mit den voranstehend nach Maßgabe der historischen Lohnquote errechneten Werden. Dieser Sachverhalt folgt unmittelbar aus der hieraus resultierenden Berechnung der Niveauelastizität des Produktionsprozesses ungleich dem Betrage Eins.

TABELLE : 6.5 DIE BERECHNUNG DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITÄTEN DER FAKTOREN (ALPHA,BETA) UND DER NIVEAUELASTIZITÄT DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA) UNTER GEGEBENEN BEDINGUNGEN BEZOGEN AUF EIN JAHR (1850-1913)

SCHÄTZWERTE KONSTANTER ELASTIZITÄTEN :

ALPHA = 0.61209 BETA = 0.71721 ETA = 1.32987

BEDINGUNG	ALPHA = UNGEFÄHR			ETA = 1.		ETA = 1.32987	
PERIODE	ALPHA	BETA	ETA	ALPHA	BETA	ALPHA	BETA
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1850	0.92090	-0.12749	0.79347	0.80106	0.19894	0.60965	0.72022
1851	0.87590	-0.08850	0.86740	0.79857	0.20143	0.60620	0.72367
1852	0.81040	0.17186	0.98226	0.79995	0.20005	0.60564	0.72423
1853	0.79510	0.21138	1.00648	0.79894	0.20106	0.60375	0.72612
1854	0.73430	0.37452	1.10882	0.79892	0.20108	0.60303	0.72684
1855	0.77790	0.25761	1.03551	0.79912	0.20088	0.60199	0.72788
1856	0.72400	0.41154	1.14296	0.80592	0.19008	0.61102	0.71885
1857	0.76240	0.32590	1.08830	0.81586	0.18413	0.61613	0.71374
1858	0.81500	0.18208	0.99768	0.81359	0.18641	0.61295	0.71692
1859	0.81440	0.18268	0.99708	0.81262	0.18738	0.61094	0.71893
1860	0.76360	0.32636	1.08998	0.81513	0.18087	0.61555	0.71432
1861	0.77080	0.29467	1.07047	0.81451	0.18549	0.60990	0.71997
1862	0.74140	0.38262	1.12471	0.81925	0.18075	0.61255	0.71732
1863	0.74520	0.36509	1.11025	0.82777	0.17223	0.61865	0.71122
1864	0.74640	0.38497	1.13137	0.83043	0.16957	0.61942	0.71045
1865	0.76940	0.32525	1.09265	0.82912	0.17088	0.61648	0.71339
1866	0.77270	0.31428	1.08698	0.82922	0.17078	0.61486	0.71501
1867	0.75440	0.35167	1.11307	0.82829	0.17171	0.61273	0.71714
1868	0.76720	0.48731	1.19440	0.83571	0.16429	0.61748	0.71239
1869	0.75380	0.36880	1.12260	0.83537	0.16463	0.61590	0.71397
1870	0.77940	0.30111	1.08051	0.83346	0.16654	0.61195	0.71792
1871	0.76230	0.34898	1.11128	0.83759	0.16241	0.61441	0.71546
1872	0.76410	0.33595	1.10005	0.84630	0.15370	0.62043	0.70944
1873	0.77750	0.32579	1.10729	0.85163	0.14837	0.62372	0.70615
1874	0.76720	0.36569	1.13309	0.86050	0.13950	0.62924	0.70063
1875	0.82130	0.23202	1.05332	0.85967	0.14093	0.62538	0.70449
1876	0.81160	0.24995	1.06155	0.85566	0.14434	0.61954	0.71033
1877	0.78840	0.30116	1.08956	0.85229	0.14771	0.61431	0.71556
1878	0.78620	0.31176	1.09798	0.85746	0.14254	0.61755	0.71232
1879	0.79140	0.29097	1.08237	0.85165	0.14835	0.61035	0.71952
1880	0.76370	0.35129	1.11499	0.84832	0.15168	0.60558	0.72429
1881	0.75490	0.38008	1.13956	0.85076	0.14924	0.60615	0.72372
1882	0.77010	0.32117	1.09927	0.85221	0.14779	0.60594	0.72393
1883	0.76140	0.36844	1.12988	0.85921	0.14079	0.61080	0.71907
1884	0.77030	0.35157	1.12187	0.86257	0.13843	0.61103	0.71884
1885	0.76210	0.36708	1.12918	0.86404	0.13596	0.61123	0.71864
1886	0.77520	0.33729	1.11195	0.86321	0.13679	0.60824	0.72163
1887	0.76120	0.37520	1.13640	0.86753	0.13247	0.61039	0.71948
1888	0.75720	0.38813	1.14633	0.87220	0.12780	0.61297	0.71690
1889	0.75940	0.40570	1.15510	0.87427	0.12573	0.61252	0.71735
1890	0.72510	0.46308	1.18818	0.87724	0.12276	0.61259	0.71728
1891	0.74940	0.40627	1.15567	0.87515	0.12485	0.60868	0.72119
1892	0.72060	0.49085	1.17545	0.87971	0.12029	0.61064	0.71923
1893	0.74070	0.43546	1.17614	0.88583	0.11417	0.61404	0.71583
1894	0.75100	0.41336	1.16436	0.88754	0.11246	0.61350	0.71637
1895	0.75420	0.41140	1.16560	0.89293	0.10707	0.61659	0.71328
1896	0.74840	0.42619	1.17459	0.89614	0.10386	0.61700	0.71287
1897	0.72600	0.47377	1.20037	0.89798	0.10202	0.61583	0.71404
1898	0.71260	0.50595	1.21855	0.90205	0.09795	0.61611	0.71376
1899	0.71780	0.49599	1.21379	0.90518	0.09482	0.61606	0.71381
1900	0.71600	0.50157	1.21817	0.90959	0.09041	0.61780	0.71207
1901	0.73940	0.45470	1.18410	0.90286	0.09714	0.60900	0.72087
1902	0.72820	0.46785	1.19605	0.90391	0.09609	0.60827	0.72160
1903	0.72540	0.47916	1.20456	0.91041	0.08959	0.61207	0.71780
1904	0.72230	0.48870	1.21070	0.91455	0.08545	0.61309	0.71678
1905	0.70510	0.52278	1.22788	0.91551	0.08449	0.61093	0.71894
1906	0.70330	0.52665	1.22995	0.91785	0.08215	0.61007	0.71980
1907	0.70720	0.52130	1.22850	0.92275	0.07725	0.61157	0.71830
1908	0.71080	0.50017	1.21697	0.92309	0.07691	0.60946	0.72041
1909	0.71760	0.49389	1.21589	0.92400	0.07600	0.60771	0.72216
1910	0.71150	0.51221	1.22371	0.92774	0.07226	0.60888	0.72099
1911	0.71460	0.50827	1.22287	0.93139	0.06861	0.60935	0.72052
1912	0.70210	0.53547	1.23757	0.93649	0.06351	0.61103	0.71884
1913	0.70120	0.52846	1.23508	0.94194	0.05806	0.61339	0.71648

Schaubild: 6. 2 Die Entwicklung der partiellen Produktionselastizität der Arbeit (Alpha)
ermittelt unter Berücksichtigung der historischen Höhe der Lohnquote (Alpha 1)
sowie der niveauelstizität des Produktionsprozesses (Eta)
in Höhe eines hypothetischen Betrages von
Eta = 1. (Alpha 2) bzw. Eta = 1. 32987 (Alpha 3)

(VERGL.: W. G. Hoffmann unter Mitarbeit von F. Grumbach und H. Hesse, Das Wachstum der deutschen Wirtschaft seit der Mitte des 19. Jahrhunderts, Berlin, Heidelberg, New York, 1965, S. 172 f, S. 253 f, S. 454 f;
B. Gahlen, Die Überprüfung pruduktionstheoretischer Hypothesen für Deutschland (1850-1913), Tübingen 1968, Tab.: A. 1. 4. -1)

SCHAUBILD : 6.3 DIE ENTWICKLUNG DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITAET DES KAPITALS (BETA) ERMITTELT UNTER BERUECKSICHTIGUNG DER HISTORISCHEN HOEHE DER LOHNQUOTE (BETA 1) SOWIE DER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA) IN HOEHE EINES HYPOTHETISCHEN BETRAGES VON ETA = 1. (BETA 2) BZW. ETA = 1.32487 (BETA 3) FUER DIE PERIODE 1850 - 1913

3. Die Einführung historischer Zeitreihen der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung des Produktionsvolumens, des Bevölkerungsstandes und des Kapitalbestandes führt auf der Grundlage der gegebenen produktionstheoretischen Beziehung (2.1) nicht zu einer ihren Annahmen entsprechenden Bestimmung der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren.

Insbesondere erscheinen die uneingeschränkten Annahmen einer zeitlich absoluten Konstanz der Faktorelastizitäten und die Geltung der Grenzproduktivitätstheorie der Entlohnung als Anwendungsbedingungen des Modells als nicht erfüllt.

Für die Schätzung der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren bedeutet dies die augenscheinliche Widerlegung möglicherweise folgender, den Berechnungen zugrunde liegender Annahmen:

(1) Der Typ der funktionalen Abhängigkeit des Produktionsvolumens von den es bewirkenden Einsatzmengen der Produktionsfaktoren ist empirisch nicht gegeben.

Diese Annahme kann jedoch ohne Zurückweisung des zu überprüfenden Gesamtmodells nicht bereits an dieser Stelle aufgehoben werden. Eine derartige Schlußfolgerung erschiene auch verfrüht, da die Möglichkeit der Widerlegung sonstiger, das Ergebnis beeinflussender Annahmen weiterhin besteht.

(2) Die Annahme einer relativen zeitlichen Invarianz der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren ist angesichts ihrer starken kurzfristigen Schwankungen sowie ihrer trendmäßigen Entwicklung nach den vorliegenden Ergebnissen nicht haltbar.

Darüberhinaus ist eine langfristige Entwicklung der numerischen Beträge α_t und β_t angesichts des Beginns der wirtschaftlichen Entwicklung Deutschlands in dem betrachteten Untersuchungszeitraum seit 1850 auch zu erwarten. Dies folgt aus der Vermutung eines säkularen technischen Fortschrittprozesses in der Güterproduktion und eines demographischen Strukturwandels in der Gesamtbevölkerung.

(3) Die Ermittlung der historischen Entwicklung der Zeitreihen insbesondere der Lohnquote ist mit statistischen und systematischen Meßfehlern behaftet.

Ihr unmittelbarer Einfluß auf die Ergebnisse der Schätzung kann an dieser Stelle nicht nachgeprüft werden. Diese Möglichkeit erscheint jedoch angesichts der statistischen Sorgfalt bei der Gewinnung der Zeitreihen und der weiten Verbreitung ihrer Verwendung in maßgeblichen ökonometrischen Untersuchungen als unwahrscheinlich.

(4) Eine weitere Möglichkeit, die Widersprüchlichkeit der abgeleiteten Ergebnisse zu begründen, kann in einer unzureichenden Anwendbarkeit der Grenzproduktivitätstheorie der realen Faktorentlohnung gesehen werden.

Diese Schlußfolgerung erscheint angesichts der restriktiven Annahmen für die Anwendbarkeit der Theorie am naheliegendsten.

Insbesondere scheint die Einführung der Gesamtbevölkerung im vorliegenden produktionstheoretischen Zusammenhang seiner Anwendbarkeit nicht standzuhalten.

Die spezifischen Ursachen für die nachgewiesenermaßen mangelhafte Gültigkeit der Anwendungsbedingungen des Modellzusammenhangs mögen jedoch dahingestellt bleiben.

Entscheidend im vorliegenden Zusammenhang ist, daß die Bedeutung der Grenzproduktivitätstheorie der Faktorentlohnung in der Unterstützung der verwendeten statistischen Schätzverfahren gesehen worden ist. Ihre Gültigkeit als konstitutiver Bestandteil des Modells ist demgegenüber sekundär,da auf ihre Einführung in die demographische Grundbeziehung (2.2),wie bereits ausgeführt, hilfsweise verzichtet werden kann.

Damit erscheint eine weitere Verwendung der Grenzproduktivitätstheorie, sei es aufgrund falsifizierbarer Grundhypothesen, sei es aufgrund unrealistischer Anwendungsbedingungen nicht angebracht.

6.2.1.4. Berechnung unter der Annahme einer nichtlinearen homogenen Produktionsfunktion

1. Unabhängig von der Geltung der Grenzproduktivitätstheorie der Faktorentlohnung und ihrer Implikationen besteht eine weitere Möglichkeit, Schätzwerte der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren zu ermitteln.

Die anstehende Berechnungsmethode ist den Anwendungsbedingungen des Gesamtmodells gemäß weiterhin auf die Annahme einer relativen Konstanz der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren gestützt. Sie kann jedoch angesichts der vorliegenden Ergebnisse möglicherweise nur aufrecht erhalten werden, wenn die zusätzliche restriktive Annahme aufgegeben ist, die empirischen Werte der ökonomischen Variablen seien frei von statistischen Meßfehlern.

Der damit verfolgte Ansatz wirft das Problem auf, die Zeitreihen der tatsächlichen ökonomischen Variablen von möglichen statistischen Meßfehlern zu bereinigen.

Die Ermittlung systematisch bedingter Meßfehler ist ohne Rekurs auf die verwendeten ökonometrischen Erhebungs- und Meßverfahren nicht möglich.

Die Ermittlung stochastisch bedingter Meßfehler setzt zusätzliche Annahmen über den Zusammenhang und die Repräsentanz der empirisch ermittelten gegenüber den theoretisch abzuleitenden Werten voraus.

2. In Ermanglung zusätzlicher Informationen über die empirischen Ermittlungsverfahren der zugrunde gelegten Zeitreihen, werden entsprechend herrschender Übung die stochastischen Abweichungen der empirischen Beobachtungen gegenüber ihren theoretisch zu ermittelnden Werten als normalverteilt unterstellt und deren Berechnung mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt.

3. Unter den gegebenen Annahmen können die realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren und ihre Schätzbereiche mit Hilfe der Regressionsanalyse bestimmt werden.

Eine unmittelbare Anwendung des gewählten Ansatzes auf die gegebenen produktionstheoretischen Zusammenhänge in Form der Beziehung (2.1) erscheint jedoch angesichts ihrer nichtlinearen Eigenschaften aus statistischen Gründen untunlich.

Durch Logarithmierung und Umformung der Beziehung ist es jedoch möglich, die Beziehung (2.1) in linearer Form darzustellen.

Auf diese Weise können die realen partiellen Produktionselastizitäten als unbekannte Parameter der produktionstheoretischen Beziehung sowohl mit Hilfe eines einfachen wie zweifachen Regressionsansatzes berechnet werden.

6.2.1.4.1. Berechnung mit Hilfe linearer Einfach-Regressionen

1. Unter der Annahme einer langfristigen Konstanz der realen partiellen Faktorelastizitäten in Höhe von α_o und β_o als Parameter einer gemäß (6.1) bzw. (6.7) den Zeitablauf zugeordneten Abfolge linearer Beziehungen genügen ihre übrigen Argumente ihrerseits einem eindeutigen funktionalen Zusammhang.

Gelten die Bezeichnungen gemäß der Definition (6.4), sowie die Bedingungen:

(6.10) $$\alpha_t = \alpha_o$$
$$\beta_t = \beta_o$$

so folgt daraus gemäß (6.1):

(6.11.1) $$\alpha_o = S_t - A_t\beta_o$$

(6.11.2) $$S_t = \alpha_o + \beta_o A_t$$

(6.11.3) $$A_t = -\frac{\alpha_o}{\beta_o} + \frac{1}{\beta_o} S_t$$

Beziehung (6.11) zeigt entsprechend (6.1) die Art der linearen Beziehung zwischen den gebildeten makroökonomischen Koeffizienten (A_t, S_t) unter Konstanz der produktionstheoretischen Parameter (α_o, β_o) .

2. Unter den gegebenen Annahmen kann die Höhe der partiellen realen Produktionselastizitäten als Parameter der linearen Beziehung (6.11) mit Hilfe einer Regressionsanalyse über die Gesamtperiode berechnet werden.

Eine Betrachtung der Zeitreihen für beide Variablen ist geeignet, die gebildete Vermutung zu unterstützen.

Die Spalten (2) und (3) bzw. (4) und (5) der Tabelle (6.3) sowie Schaubild 6.4.[1] zeigen die Entwicklung beider Variablen der Beziehung (6.11) im Zeitablauf.

Ihre augenscheinlich stetige und funktional ähnlich zu beschreibende Entwicklung verstärkt die Erwartung, daß beide Variable linear miteinander korrelierbar sind und möglicherweise zu einer gesicherten Schätzung der unbekannten Parameter ihres Zusammenhangs als Maß der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren führen.

3. Für die Durchführung der Berechnung wurde entgegen einer möglichen unmittelbaren Schreibweise der Parameter die Variable A_t als abhängige und die Variable S_t als unabhängige Variable gewählt.

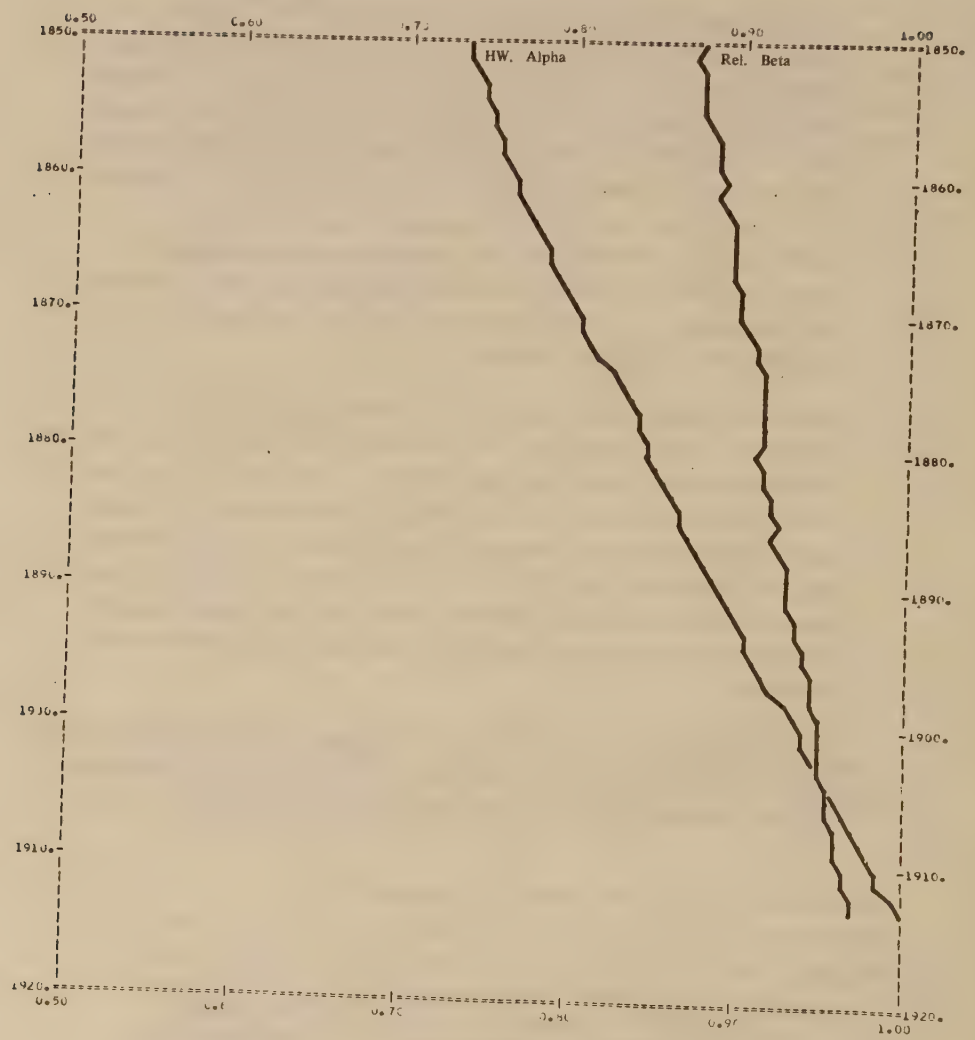
Dies begründet sich daraus, daß gemäß Definition (6.4) die Variable A_t gegenüber der Variablen S_t die Höhe des gesamtwirtschaftlichen Kapitalstocks, anstelle des Produktionsvolumens enthält. Unter Berücksichtigung der beiden Zeitreihen zugrundeliegender empirischer Schätzverfahren ist zu vermuten, daß die Höhe des gesamtwirtschaftlichen Kapitalstocks vergleichsweise eher und mit erheblicheren Schätzfehlern behaftet ist als die Höhe des Produktionsvolumens.

Dieser Sachverhalt bedingt, die Parameter einer Regressionsfunktion entsprechend Beziehung (6.11.3) für die Variable A_t in Abhängigkeit von der Variablen S_t zu betrachten.

---

1) Aus darstellerischen Gründen wurde der Betrag der Variablen S_t absolut und in doppelter Höhe wiedergegeben.

SCHAUBILD : DIE ENTWICKLUNG EINES THEORETISCHEN HOECHSTWERTES
6.4 FUER DIE PARTIELLE PRODUKTIONSELASTIZITAET DER ARBEIT (HW.ALPHA)
SOWIE SEINER RELATION ZU EINEM ENTSPRECHENDEN WERT BEZUEGLICH
DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITAET DES KAPITALS (REL.BETA) 1850 - 1913



4. Führt man die Regressionsanalyse unter den angenommenen Bedingungen durch, so folgen hieraus nachstehender Ergebnisse:
Der Schätzwert der realen partiellen Produktionselastizität des Kapitalstocks (β_0) als reziproker Wert des Regressionskoeffizienten oder des Steigerungsmaßes der linearen Schätzungsfunktion beträgt

(6.12.1) $\beta_0 = 0{,}71721$

Der Schätzwert der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit (α_0) als konstantes Glied der Beziehung multipliziert mit dem negativen Betrag für β_0 beträgt:

$$\alpha_0 = 0{,}61266$$

5. Bei der Anwendung des Schätzverfahrens mußte davon ausgegangen werden, daß die in Beziehung (6.11.3) eingeführten Variablen aufgrund der in sie eingehenden makroökonomischen Größen mit statistischen Schätzfehlern behaftet sind. Diese sind im engeren Sinne stochastischer sowie an dieser Stelle in nicht feststellbarem Umfang systematischer Art und gestatten es nicht, die tatsächlichen Beträge der partiellen Produktionselastizitäten mit beliebiger Genauigkeit und Sicherheit zu bestimmen.

Aus diesen Gründen ist es möglich, daß die vorgelegten Ergebnisse der durchgeführten Regressionsanalyse in gewissem Umfang zufällig sind und aus den besonderen Gegebenheiten des zugrunde gelegten Ausgangsmaterials und dem Verfahren seiner Aufbereitung resultieren.

Die Unsicherheit der Schätzergebnisse bezieht sich sowohl auf die Existenz eines linearen Zusammenhangs und die Ermittlung eines von Null verschiedenen Regressionskoeffizienten als Indiz einer zugeordneten Beziehung der Variablen, als auch auf die errechneten Beträge der Funktionsparameter selbst.

Es läßt sich jedoch aufgrund der Abweichung der empirischen von den theoretisch zugeordneten Werten der Variablen bzw. von deren Mittelwert ein statistisches Maß für die Güte der Schätzergebnisse bilden.

Dieses Maß besagt, mit welcher Irrtumswahrscheinlichkeit die tatsächlichen Parameterbeträge in der Umgebung der theoretisch errechneten Werte erwartet werden können.

Eine Voraussetzung für die Bestimmung wohldefinierter Vertrauensintervalle ist, daß die Werte der in Beziehung (6.11) eingeführten Variablen A_t in Abhängigkeit von der Variablen S_t unter geeigneten Bedingungen bei wiederholter Beobachtung zufallsbedingt mit einer gegebenen Standardabweichung um den Betrag ihrer theoretisch errechneten Werte als Mittelwert schwanken. Da es an dieser Stelle nicht möglich ist, hierzu alternative Hypothesen zu qualifizieren, erscheint es gerechtfertigt, die voranstehende Annahme den nachfolgenden Berechnungen von Schätzbereichen der zu ermittelnden Parameter zugrundezulegen.

6. Die Annahme der Linearität der Beziehung zwischen den Variablen in (6.11) ist systematisch nicht zu überprüfen.

Ein statistisches Maß für die deskriptive Güte eines theoretischen Zusammenhangs liefert bei gegebener Höhe der unabhängigen Variablen die Summe (α_0) der quadrierten Abweichungen der Beobachtungswerte der zugeordneten abhängigen Variablen von ihren theoretischen Werten.

Bezeichnet α_0 den kritischen Wert der vorliegenden Definition, n die Zahl der Beobachtungswerte, t die Ordnungszahl einer Zeiteinheit, $\bar{A}_t$ den theoretischen und A_t den tatsächlichen Wert der Variablen A in der Zeiteinheit t, so gilt:

$$a_0 = \frac{\sum_{t=1}^{n} (\bar{A}_t - A_t)^2}{n}$$

Testrechnungen ergeben bei Unterstellung eines linearen Zusammenhangs, daß der kritische Wert a_o entsprechend nachfolgender Übersicht sehr klein ist:

linearer Zusammenhang:	$a_o = 0{,}00058$
Polynom 2. Grades:	$a_o = 0{,}00050$
Potenzfunktion:	$a_o = 0{,}00042$
Expontialfunktion:	$a_o = 0{,}00044$

Da alle Funktionstypen zu einem sehr gradlinigen Kurvenverlauf führen, kann der Zusammenhang der Variablen A_t und S_t wie vermutet relativ gut durch eine lineare Beziehung beschrieben werden.

Aus rechentechnischen Vereinfachungsgründung wird dieser Ansatz den nachfolgenden Berechnungen zugrundegelegt.

7. Ein Maß für die Güte der Beschreibung linearer Zusammenhänge durch die zugeordnete Regressionsfunktion liefert im Rahmen der Regressionsrechnung unter Berücksichtigung seiner Anwendung auf Zeitreihen der Korrelationskoeffizient der Variablen.

Werden im Wege einer linearen Zuordnung alle Variationen der abhängigen Variablen exakt durch die unabhängige Variable beschrieben, so ist ihr zugeordneter Korrelationskoeffizient gleich Eins.

Im vorliegenden Fall beträgt der Schätzwert des Korrelationskoeffizienten der Beobachtungswerte (r_2) :

$$r_2 = 0{,}99445$$

Die geringe Differenz des Parameters r_2 zu dem Betrag Eins stützt die Erwartung, daß der Zusammenhang der Variablen A_t und S_t relativ gut durch die berechnete lineare Regressionsfunktion beschrieben wird.

Allerdings ist auch dieses Ergebnis nicht zwangsläufig von zufälligen Einflüssen frei.

8. Gegen die Annahme eines tatsächlichen Korrelationskoeffizienten in Höhe von Null und damit einer völlig unzureichenden Beschreibung des Zusammenhangs der Variablen durch die ermittelte lineare Beziehung spricht die Errechnung des Wertes einer Zufallsvariablen (t_o) gemäß Student's T-Verteilung in Höhe von[1]:

$$t_o = 74,42$$

Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,0001 Prozent beträgt der zugeordnete kritische Wert (t_K) :

$$t_K = 5,449$$

Damit erscheint der Korrelationskoeffizient der geschätzten Regressionsfunktion in hinreichenden Ausmaß gesichert.

9. Der hohen Absicherung des Korrelationskoeffizienten gegenüber der zugeordneten Null-Hypothese entspricht der schmale Schätzbereich seines tatsächlichen Wertes selbst bei einer geringen Irrtumswahrscheinlichkeit.

Beträgt diese 0,1 Prozent, so errechnen sich in der Umgebung des ermittelten Schätzwertes des Korrelationskoeffizienten (r_2) die zugeordneten Grenzwerte (r_1,r_3) in folgender Höhe:

$r_1 = 0,98852$ $r_2 = 0,99445$ $r_3 = 0,99757$

Auch der untere Schätzwert des Korrelationskoeffizienten rechtfertigen es, von einer guten Beschreibung des Zusammenhangs der Variablen durch eine lineare Beziehung zu sprechen.

---

1) vgl. Kreyszig, Erwin, a.a.O., S. 316 und S. 318 p

Die durchgeführten Berechnungen bestärken die Vermutung einer relativ strengen linearen Beziehung der Variablen in Beziehung (6.11) in statistisch gesicherter Weise.

Danach erscheint es sinnvoll, eine relative temporäre Invarianz der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren anzunehmen und mit Hilfe der weiteren Aussagen der Regressionsanalyse den Erwartungsbereich der realen partiellen Faktorelastizitäten direkt abzuschätzen.

10. Die mögliche Zufälligkeit der ermittelten Zusammenhänge ist jedoch zunächst auf ein weiteres Moment hin zu überprüfen.

Es ist grundsätzlich nicht auszuschließen, daß die Berechnung eines, von Null verschieden, Regressionskoeffizienten zufallsbedingt ist, den wahren Zusammenhängen nicht entspricht und tatsächlich kein qualifizierter Zusammenhang zwischen den Variablen besteht.

Testrechnungen[1)] bezüglich dieser Fragestellung liefern bei Anwendung von Student's Verteilungsfunktion der T-Werte einen kritischen Wert (t_o) in Höhe von:

$$t_o = 74,44$$

und bei Anwendung der Varianzanalyse nach Berücksichtigung der Verteilungsfunktion einer Variablen F einen kritischen Wert (f_o) in Höhe von

$$f_o = 5541,54$$

---

1) Kreyszig, Erwin, a.a.O., S. 276 und S. 284

Für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,0001 bzw. 0,001 Prozent betragen die zugeordneten Werte der T- bzw. F-Verteilung (t_k, f_K):

$$t_K = 5{,}449$$

$$f_K = 11{,}97$$

Dieses Ergebnis bedeutet, daß der beobachtete Zusammenhang der Variablen A_t und S_t mit großer Sicherheit als ihren tatsächlichen Beziehungen entsprechend akzeptiert werden kann.

Die Beantwortung der voranstehenden Fragen erlaubt es, einen statistisch gesicherten Schätzbereich für die realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren als Parameter der theoretischen Beziehung (6.11) zu bestimmen[1].

11. Eine Zusammenstellung der Berechnungsergebnisse für die realen partiellen Produktionselastizität des Kapitals oder den Regressionskoeffizienten der Schätzung enthält Tabelle 6.6 und Abb. 6.1.

Die Übersicht und die Abbildung zeigen, daß der Konfidenzbereich der Schätzung im Bereich einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1,0 bis 0,01 Prozent relativ konstant ca. 5 Prozent des Schätzwertes beträgt.

Für die weitere Berechnung statistischer Schätzwerte wird eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,5 Prozent gewählt, um diese als kritischen Wert generell beizubehalten.

Damit wird der Schätzbereich der mutmaßlichen Parameterbeträge auch für Beobachtungswerte geringer Stringenz auf eine operationales Maß begrenzt, ohne die statistische Absicherung der Ergebnisse unverhältnismäßig zu vermindern.

---

1) vgl. Kreyszig, Erwin, a.a.O., S. 270 und S. 273

Die Berechnung eines Konfidenzintervalls für die mutmaßliche Höhe der realen partiellen Produktionselastizität des Kapitals ergibt in der Umgebung ihres ermittelten Erwartungswertes (β_2) einschließlich der Grenzwerte (β_1, β_3) folgende Resultate:

(6.13) $\beta_1 = 0{,}68858$ $\beta_2 = 0{,}71721$ $\beta_3 = 0{,}74584$

12. Aufgrund der ermittelten Schätzwerte für die reale partielle Produktionselastizität des Kapitals wäre es möglich, die zugeordneten Beträge der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit für jede Zeiteinheit aus der Beziehung (6.1) direkt abzuleiten.

Dieses Verfahren ist jedoch nicht folgerichtig, da es eine asymmetrische Hypothese über die zeitliche Variabilität der realen partiellen Faktorelastizitäten impliziert.

Die reale partielle Produktionselastizität des Kapitals wurde nach Maßgabe eines Vertrauensintervalls als Konstante über die Gesamtperiode ermittelt.

Ihre funktionale Verknüpfung mit den aktuellen Werten der makroökonomischen Größen gemäß Beziehung (6.1) führt dagegen in jeder Zeiteinheit zu oszillierenden Werten der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit.

Die Ergebnisse der durchgeführten Regressionsanalyse sind daher in gleicher Weise auf die Bestimmung der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit anzuwenden.

Ein Maß für die reale partielle Produktionselastizität der Arbeit ist die Höhe des absoluten Gliedes der Beziehung (6.11). Ihr Schätzbereich ist von dem Betrage der gebildeten S_t nicht unabhängig.

Den folgenden Berechnungen liegt ein hypothetischer Wert von S_t gleich Null zugrunde.

Danach ergeben sich für eine allgemein akzeptierte Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,5 Prozent als Grenzwerte der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit (α_1, α_3) gegenüber ihrem Schätzwert (α_2) folgende Beträge:

(6.14) $\alpha_1 = 0{,}60034 \quad \alpha_2 = 0{,}61266 \quad \alpha_3 = 0{,}62498$

13. Die Ergebnisse des vorliegenden Tests sind zusammenfassend in Tabelle (6.6) enthalten; Abb. 6.2 veranschaulicht die erzielten Resultate.

Damit ist die Schätzung der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren unter statistisch gesicherten Annahmen über ihre relative Konstanz und numerische Höhe in der Untersuchungsperiode abgeschlossen.

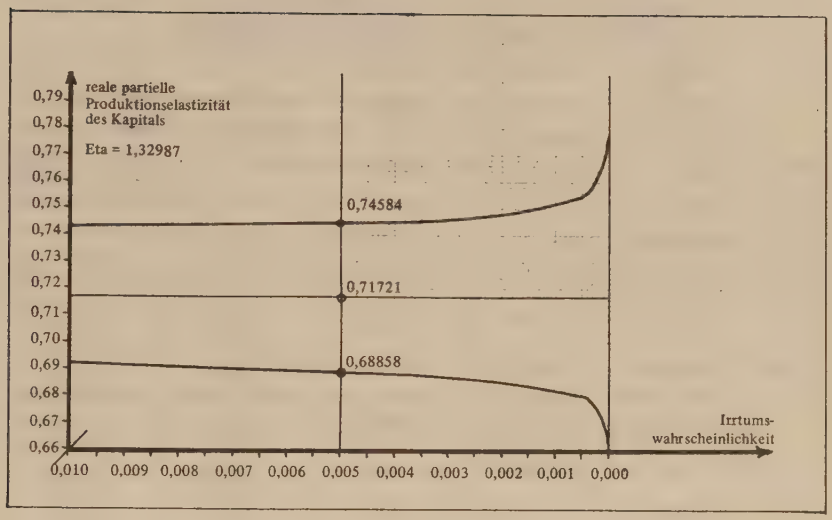

reale partielle
Produktionselastizität
des Kapitals
Eta = 1,32987
0,79
0,78
0,77
0,76
0,75
0,74
0,73
0,72
0,71
0,70
0,69
0,68
0,67
0,66
0,74584
0,71721
0,68858
Irrtums-
wahrscheinlichkeit
0,010 0,009 0,008 0,007 0,006 0,005 0,004 0,003 0,002 0,001 0,000

Abb. 6.1

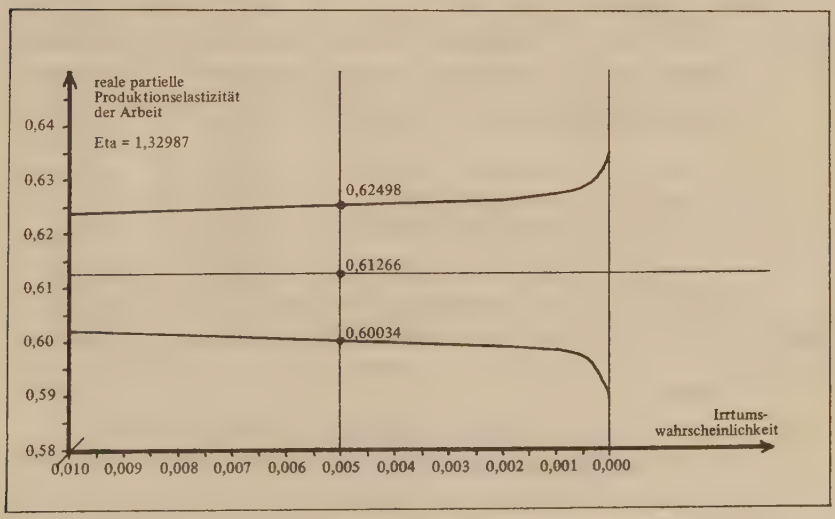

reale partielle
Produktionselastizität
der Arbeit
Eta = 1,32987
0,64
0,63
0,62
0,61
0,60
0,59
0,58
0,62498
0,61266
0,60034
Irrtums-
wahrscheinlichkeit
0,010 0,009 0,008 0,007 0,006 0,005 0,004 0,003 0,002 0,001 0,000

Abb. 6.2

TABELLE : 6.6 DIE ERMITTLUNG STATISTISCHER SCHAETZWERTE FUER DIE HOEHE DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITAETEN DER FAKTOREN (ALPHA,BETA) IN ABHAENGIGKEIT VON DER HOEHE DER IRRTUMSWAHRSCHEINLICHKEIT NACH MASSGABE EINER KONFIDENZZAHL GEMAESS STUDENTS T-VERTEILUNG

KONFIDENZPARAMETER				SCHAETZWERTE DER VARIABLEN		
NO.	KONFIDENZZAHL	T-WERT	KONFIDENZBEREICH	BETA	ALPHA	ALPHA/BETA
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	0.200000	0.254000	0.002495	0.719705 0.717210 0.714715	0.611586 0.612660 0.613733	0.855719 0.854227 0.852745
2	0.500000	0.679000	0.006669	0.723879 0.717210 0.710541	0.609790 0.612660 0.615530	0.858239 0.854227 0.850268
3	0.800000	1.296000	0.012730	0.729940 0.717210 0.704480	0.607182 0.612660 0.618137	0.861952 0.854227 0.846770
4	0.900000	1.671000	0.016413	0.733623 0.717210 0.700797	0.605567 0.612660 0.619722	0.864240 0.854227 0.844661
5	0.950000	2.000000	0.019644	0.736854 0.717210 0.697566	0.604207 0.612660 0.621113	0.866266 0.854227 0.842827
6	0.980000	2.390000	0.023475	0.740685 0.717210 0.693735	0.602559 0.612660 0.622761	0.868693 0.854227 0.840674
7	0.990000	2.660000	0.026127	0.743337 0.717210 0.691083	0.601417 0.612660 0.623902	0.870388 0.854227 0.839196
8	0.995000	2.915000	0.028632	0.745842 0.717210 0.688578	0.600340 0.612660 0.624980	0.872002 0.854227 0.837810
9	0.998000	3.232000	0.031745	0.748955 0.717210 0.685465	0.599000 0.612660 0.626320	0.874025 0.854227 0.836100
10	0.999000	3.460000	0.033985	0.751195 0.717210 0.683225	0.598036 0.612660 0.627284	0.875490 0.854227 0.834879
11	0.999900	4.169000	0.040949	0.758159 0.717210 0.676261	0.595040 0.612660 0.630280	0.880110 0.854227 0.831128
12	0.999990	4.825000	0.047392	0.764602 0.717210 0.669818	0.592267 0.612660 0.633053	0.884470 0.854227 0.827717
13	0.999999	5.449000	0.053521	0.770731 0.717210 0.663689	0.589630 0.612660 0.635690	0.888695 0.854227 0.824525

VERGL. : E.S.PEARSON UND H.O.HARTLEY (ED.),BIOMETRIKA TABLES FOR STATISTICIANS, VOL.1,CAMBRIDGE UNIV.PRESS,CAMBRIDGE,ENGLAND,1954;
E.T.FREDERIGHI,EXTENDED TABLES OF THE PERCENTAGE POINTS OF STUDENT'S T-DISTRIBUTION, J.AMERIC.STAT.ASSOC.VOL.54,PP 683-688 (1959)

6.2.1.4.2 Berechnung mit Hilfe einer orthogonalen linearen Zweifach-Regression

1. Bei Gültigkeit der voranstehend statistisch überprüften Hypothese über die relative Konstanz und Höhe der realen partiellen Faktorelastizitäten in der Untersuchungsperiode ist zu erwarten, daß eine unabhängige Vergleichsrechnung unter Zugrundelegung der gleichen Fragestellung und der gleichen Annahmen zu entsprechenden Ergebnissen führt.

Eine derartige Berechnungsmethode besteht in einer orthogonalen linearen Zweifach-Regression nach Logarithmierung der produktionstionstheoretischen Beziehung (6.1):

$$\ln X_t = \alpha_0 \ln L_t + \beta_0 \ln K_t \qquad (6.15)$$

Die Beziehung erklärt die logarithmierten Beträge des Produktionsvolumens (X_t) in linearer Abhängigkeit von den Einsatzmengen der Produktionsfaktoren (L_t, K_t), vermittelt durch die realen partiellen Faktorelastizitäten (α_0, β_0) als gegebene produktionstheoretische Parameter.

2. Die Durchführung einer multiplen Regressionsanalyse nach dem vorliegenden Ansatz (6.15) führt unter Berücksichtigung eines Korrelationskoeffizienten (r_0) zu folgenden Schätzwerten der Parameter (α_0, β_0) als Maß der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren:

$$\alpha_0 = 0{,}61282 \qquad \beta_0 = 0{,}71688 \qquad r_0 = 0{,}99878$$

3. Die in diesem Verfahren gewonnenen Schätzwerte für die realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren weichen nur unbedeutend von den voranstehend abgeleiteten Ergebnissen ab; der ermittelte Korrelationskoeffizient der Schätzung liegt etwas unter dem korrespondierenden Wert.

Die Divergenz der Schätzwerte beider Verfahren ist u.a. daraus zu erklären, daß die Verwendung der produktionstheoretischen Beziehung (6.1) in ihrer logarithmierten Form zur Bestimmung des Produktionsvolumens als abhängige Variable nur Näherungslösungen liefert. Die Optimierungsmaxime des im vorliegenden Fall angewendeten Regressionsverfahrens ist auf die logarithmierten Werte des Produktionsvolumens anstelle ihrer empirischen Ursprungswerte bezogen. Das bedeutet ihre Unterschätzung im Falle positiver Differenzen zwischen den tatsächlichen und theoretisch zu bestimmenden Werten. Dieser Sachverhalt fällt jedoch wie im vorliegenden Fall nur vermindert ins Gewicht, wenn die Entwicklung der abhängigen Variablen relativ gut mit Hilfe der berechneten Regressionsfunktion beschrieben werden kann.

5. Eine Gegenüberstellung der tatsächlichen und nach Maßgabe des Ansatzes (6.15) berechneten theoretischen Werte des Produktionsvolumens in Abhängigkeit von den es bewirkenden Einsatzmengen der Produktionsfaktoren vermitteln die Tabellen 6.7.1 und 6.7.2 für die logarithmierten bzw. ursprünglichen Werte.

TAB. : 6.7.1 DIE BERECHNUNG DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITAETEN (ALPHA,BETA)
BEI GEGEBENEM PRODUKTIONSVOLUMEN (PRODUKTION)
UND GEGEBENEN FAKTOREINSATZMENGEN (ARBEIT,KAPITAL)
MITHILFE EINER REGRESSIONSANALYSE UEBER DIE GESAMTPERIODE 1850-1913
OHNE BERUECKSICHTIGUNG EINER SKALAREN KONSTANTEN

ALPHA = 0.61310 BETA = 0.71631 ETA = 1.32941

(PRODUKTIONSVOLUMEN IN MILL.MARK,KAPITALSTOCK IN MRD.MARK ZU PREISEN DES JAHRES 1913,
BEVOELKERUNG IN 1000 PERSONEN)

PER	THEORET.PRODUKTION	PRODUKTION	BEVOELKERUNG	KAPITAL
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1850	9650.3	9449.0	35312.	46.77
1851	9811.4	9390.0	35628.	47.50
1852	10043.5	9578.0	35869.	48.80
1853	10154.3	9565.0	35994.	49.40
1854	10305.8	9793.0	36096.	50.31
1855	10368.9	9657.0	36138.	50.69
1856	10580.0	10442.0	36260.	51.89
1857	10713.2	10948.0	36528.	52.57
1858	10878.9	10889.0	36831.	53.33
1859	11072.[illegible]	10938.0	37190.	54.21
1860	11372.6	11577.0	37611.	55.73
1861	11581.6	11364.0	38003.	56.66
1862	11892.0	11872.0	38362.	58.32
1863	12256.7	12729.0	38765.	60.29
1864	12578.2	13128.0	39169.	61.93
1865	12854.7	13167.0	39548.	63.37
1866	13118.6	13293.0	39787.	64.83
1867	13323.4	13318.0	40032.	65.90
1868	13605.[illegible]	14099.0	40223.	68.12
1869	13905.[illegible]	14188.0	40494.	69.30
1870	14244.5	14169.0	40805.	71.17
1871	14503.2	14653.0	40997.	72.69
1872	14902.0	15638.0	41230.	75.13
1873	15260.4	16347.0	41564.	77.13
1874	15827.1	17545.0	42004.	80.43
1875	16316.0	17651.0	42518.	83.05
1876	16824.1	17548.0	43059.	85.75
1877	17271.9	17438.0	43610.	87.99
1878	17723.6	18257.0	44129.	90.30
1879	18106.3	17839.0	44641.	92.12
1880	18480.4	17679.0	45095.	93.97
1881	18874.2	18122.0	45428.	96.17
1882	19229.7	18441.0	45719.	98.17
1883	19659.9	19427.0	46016.	100.69
1884	20133.2	19923.0	46396.	103.36
1885	20606.[illegible]	20417.0	46707.	106.10
1886	21117.5	20548.0	47134.	109.00
1887	21668.1	21362.0	47630.	111.98
1888	22234.[illegible]	22260.[illegible]	48168.	114.98
1889	22886.5	22859.0	48717.	118.57
1890	23600.4	23589.0	49241.	122.68
1891	24196.7	23579.0	49762.	125.54
1892	24843.6	24537.0	50266.	129.43
1893	25558.1	25760.0	50757.	133.54
1894	26244.8	26368.0	51335.	137.23
1895	26994.9	27621.0	52001.	141.18
1896	27900.6	28615.0	52753.	146.03
1897	28901.1	29437.0	53569.	151.39
1898	30097.7	30703.0	54406.	158.10
1899	31199.9	31818.0	55248.	164.07
1900	32200.4	33169.0	56040.	169.37
1901	33106.0	32406.0	56874.	173.86
1902	33955.7	33142.0	57767.	178.05
1903	35193.1	34979.0	58629.	183.83
1904	36317.5	36405.0	59475.	190.42
1905	37561.8	37189.0	60314.	197.21
1906	38959.3	38223.0	61153.	204.31
1907	40241.0	39993.0	62013.	212.02
1908	41405.5	40665.0	62863.	218.10
1909	42656.4	41482.0	63717.	224.72
1910	43903.1	42981.0	64568.	231.30
1911	45306.[illegible]	44476.0	65359.	239.18
1912	46800.[illegible]	46383.0	66140.	247.77
1913	48177.[illegible]	44480.0	66970.	255.94

(VERGL.: W. G. Hoffmann unter Mitarbeit von F. Grumbach und H. Hesse, Das Wachstum der deutschen Wirtschaft seit der Mitte des 19. Jahrhunderts, Berlin, Heidelberg, New York, 1965, S. 172 f, S. 253 f, S. 454 f;
B. Gahlen, Die Überprüfung pruduktionstheoretischer Hypothesen für Deutschland (1850-1913), Tübingen 1968, Tab. : A 1.4.-1)

TAB. 1 6.7.2 DIE BERECHNUNG DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITÄTEN (ALPHA,BETA)
BEI GEGEBENEM PRODUKTIONSVOLUMEN (PRODUKTION)
UND GEGEBENEN FAKTOREINSATZMENGEN (ARBEIT,KAPITAL)
MITHILFE EINER REGRESSIONSANALYSE UEBER DIE GESAMTPERIODE 1850-1913
OHNE BERUECKSICHTIGUNG EINER SKALAREN KONSTANTEN

(LOGARITHMIERTE WERTE)

ALPHA = 0.01310 BETA = 0.71631 ETA = 1.32941

(PRODUKTIONSVOLUMEN IN MILL.MARK,KAPITALSTOCK IN MRD.MARK ZU PREISEN DES JAHRES 1913,
BEVOELKERUNG IN 1000 PERSONEN)

PER	THEORET.PRODUKTION	PRODUKTION	BEVOELKERUNG	KAPITAL
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1850	9.1747	9.1537	10.4720	3.8452
1851	9.1913	9.1474	10.4809	3.8607
1852	9.2147	9.1672	10.4875	3.8877
1853	9.2257	9.1659	10.4911	3.9000
1854	9.2409	9.1894	10.4939	3.9182
1855	9.2466	9.1756	10.4951	3.9257
1856	9.2654	9.2530	10.4985	3.9491
1857	9.2792	9.3009	10.5058	3.9621
1858	9.2946	9.2954	10.5141	3.9765
1859	9.3123	9.3000	10.5238	3.9929
1860	9.3390	9.3568	10.5351	4.0205
1861	9.3572	9.3382	10.5454	4.0371
1862	9.3836	9.3819	10.5546	4.0659
1863	9.4138	9.4516	10.5653	4.0992
1864	9.4357	9.4924	10.5762	4.1260
1865	9.4538	9.4855	10.5853	4.1490
1866	9.4816	9.4950	10.5912	4.1718
1867	9.4973	9.4969	10.5974	4.1881
1868	9.5239	9.5539	10.6022	4.2213
1869	9.5403	9.5602	10.6089	4.2384
1870	9.5644	9.5588	10.6166	4.2639
1871	9.5862	9.5924	10.6213	4.2862
1872	9.6092	9.6575	10.6265	4.3192
1873	9.6330	9.7018	10.6330	4.3455
1874	9.6495	9.7225	10.6455	4.3874
1875	9.6659	9.7785	10.6577	4.4194
1876	9.7316	9.7727	10.6703	4.4514
1877	9.7566	9.7664	10.6830	4.4772
1878	9.7826	9.8123	10.6949	4.5031
1879	9.8040	9.7931	10.7064	4.5231
1880	9.8245	9.7801	10.7165	4.5431
1881	9.8496	9.8049	10.7239	4.5661
1882	9.8642	9.8223	10.7303	4.5867
1883	9.8843	9.8744	10.7367	4.6120
1884	9.9301	9.8946	10.7450	4.6382
1885	9.9334	9.9241	10.7516	4.6649
1886	9.9579	9.9305	10.7607	4.6913
1887	9.9836	9.9694	10.7712	4.7183
1888	10.0094	10.0105	10.7824	4.7446
1889	10.0364	10.0371	10.7938	4.7755
1890	10.0694	10.0695	10.8045	4.8096
1891	10.0923	10.0974	10.8150	4.8326
1892	10.1204	10.1073	10.8251	4.8631
1893	10.1487	10.1566	10.8348	4.8944
1894	10.1752	10.1799	10.8462	4.9217
1895	10.2334	10.2293	10.8590	4.9500
1896	10.2364	10.2117	10.8734	4.9838
1897	10.2716	10.2500	10.8887	5.0199
1898	10.3122	10.3321	10.9042	5.0632
1899	10.3482	10.3678	10.9196	5.1009
1900	10.3797	10.4096	10.9339	5.1321
1901	10.4075	10.3861	10.9486	5.1582
1902	10.4341	10.4186	10.9642	5.1821
1903	10.4660	10.4625	10.9796	5.2146
1904	10.5011	10.5025	10.9933	5.2492
1905	10.5337	10.5238	11.0073	5.2843
1906	10.5675	10.5528	11.0211	5.3196
1907	10.6028	10.5905	11.0351	5.3567
1908	10.6312	10.6131	11.0487	5.3850
1909	10.6660	10.6330	11.0622	5.4149
1910	10.6897	10.6685	11.0755	5.4437
1911	10.7214	10.7027	11.0877	5.4772
1912	10.7539	10.7444	11.0996	5.5125
1913	10.7847	10.7687	11.1121	5.5449

(VERGL.: W. G. Hoffmann unter Mitarbeit von F. Grumbach und H. Hesse, Das Wachstum der deutschen Wirtschaft seit der Mitte des 19. Jahrhunderts, Berlin, Heidelberg, New York, 1965, S. 172 f, S. 253 f, S. 454 f;
B. Gahlen, Die Überprüfung pruduktionstheoretischer Hypothesen für Deutschland (1850-1913), Tübingen 1968, Tab. : A. 1. 4. -1)

6.2.2. Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die Parameter der bevölkerungstheoretischen Beziehung

6.2.2.1. Anwendungsbedingungen und Aufbereitung des statistischen Materials

1. Die bevölkerungstheoretische Grundbeziehung (2.2) des Modells lautet:

$$\frac{\frac{dB}{dt}}{B_t} \equiv wB_t = p(wr_t - wm) \tag{2.2}$$

Die Beziehung enthält nach Maßgabe eines linearen Zusammenhangs die Höhe der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung (wB_t) und die Höhe des tatsächlichen realen Arbeitseinkommens (wr_t) einer Zeiteinheit (t) als Variable, sowie einen Proportionalitätsfaktor (p) und die Höhe eines kritischen realen Arbeitseinkommens (wm) als Parameter.

Die empirische Abschätzung der bevölkerungstheoretischen Parameter p und wm ist Gegenstand der folgenden Analyse.

2. Die Gültigkeit der bevölkerungstheoretischen Hypothese (2.2) und ihre eingangs diskutierten Anwendungsbedingungen setzen unter Berücksichtigung ihrer produktionstheoretischen Implikationen voraus, daß zwischen der Höhe der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung (wB_t) und der Höhe des realen partiellen Grenzprodukts der Arbeit (wr_t) in der Untersuchungsperiode ein linearer Zusammenhang zu beobachten ist.

3. Die relative Wachstumsrate der Bevölkerung ist dem Konzept des Modells entsprechend in zeitlich stetiger Form definiert. Sie wurde einer zusätzlichen Annahme ge-

mäß der Zeiteinheit eines Jahres zugeordnet.

Die Ermittlung stetiger Wachstumsraten der Bevölkerung ist aus praktischen Gründen nicht in jedem Zeitmoment möglich. Grundsätzlich können nur diskrete Werte ermittelt werden. Im vorliegenden Fall liegen jährliche Werte für den Stand der Bevölkerung jeweils zum Anfang bzw. Ende eines Jahres vor. Als ein Maß für die einer Zeiteinheit theoretisch zuzuordnende stetige Wachstumsrate der Bevölkerung (wB_t) wird ihre jährliche Wachstumsrate, bezogen auf den Anfang eines Jahres (t), verwendet.

$$wB_t = \frac{B_{t+1} - B_t}{B_t} \text{ für } t = 1850, 1851, \ldots, 1913$$

Spalte (6) der Tabelle 6.9 sowie Schaubild 6.7[1)] geben die Entwicklung der Bevölkerung entsprechend der verwendeten Definition in jährlichen relativen Wachstumsraten wieder.

---

1) Aus Gründen der Vergleichbarkeit wurde die Wachstumsrate der Bevölkerung mit dem Faktor 10 multipliziert.

Im vorliegenden Falle einer relativ stetigen positiven Entwicklung der Bevölkerung über die Gesamtperiode werden die stetigen Wachstumsraten gegenüber deren diskreter Berechnungsmethode in jeder Zeiteinheit systematisch überschätzt. Gleichwohl wird von einer ausgleichenden Korrektor der ermittelten Werte abgesehen, da sie nur von unbedeutetendem Belang für die nachfolgenden Berechnungen ist und zudem nicht ohne eine gewisse Willkür vorgenommen werden könnte.

4. Die Bestimmung der realen partiellen Grenzproduktivität des Arbeitseinkommens dient der Begründung der Bevölkerungshypothese gemäß der Ermittlung statistischer Schätzwerte für das erzielte reale Arbeitseinkommen einer Zeiteinheit.

Dieser Zusammenhang setzt die Gültigkeit der Grenzproduktivitätstheorie der Faktorentlohnung voraus.

Obwohl die Anwendung der Grenzporduktivitätstheorie der Faktorentlohnung im Zusammenhang mit der Ermittlung der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren zurückgewiesen wurde, muß im Zusammenhang mit der Ermittlung bevölkerungstheoretischer Parameter nicht in gleicher Weise verfahren werden.

Konstituierend für die Synthese der Teilbeziehungen des Gesamtmodells ist die Herstellung eines Zusammenhangs zwischen den abhängigen Variablen der produktionstheoretischen Beziehung und den unabhängigen Variablen der Faktorbildung, hier des partiellen realen Grenzprodukts der Arbeit. Die Überprüfung weiterer Hypothesen, um die demographischen Teilbeziehungen des Modells bevölkerungstheoretisch zu begründen, mag in diesem Zusammenhang dahingestellt bleiben. Den modelltheoretischen Erfordernissen wäre Genüge getan, wenn die bevölkerungstheoretische Hypothese des Modells anstelle des realen Arbeitseinkommens die reale partielle Grenzproduktivität der Arbeit als Argument verwendet.

Damit erfährt die der Beziehung (2.2) zugrundeliegende bevölkerungstheoretische Hypothese eine inhaltliche Umdeutung.

Anders jedoch erscheint nach einer Zurückweisung der Grenzproduktivitätstheorie der Faktorentlohnung eine weitere Überprüfung der empirischen Implikationen des Gesamtmodells logisch nicht möglich.

5. Der Betrag des realen partiellen Grenzprodukts der Arbeit (wr_t), bezogen auf eine Zeiteinheit (t), folgt definitorisch aus der Höhe ihrer partiellen Produktionselastizität (α_t), ihrer Einsatzmenge (B_t) und dem zugeordneten Produktionsvolumen (X_t):

$$wr_t \equiv \frac{\delta X_t}{\delta B_t} = \alpha_t \cdot \frac{X_t}{B_t} \tag{6.16}$$

Die Zeitreihen des Produktionsvolumens (X_t) und der Gesamtbevölkerung (B_t) liegen als empirische Ausgangsdaten vor.

Die Höhe der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit (α_t) einer Zeiteinheit (t) ist über die gesamte Untersuchungsperiode nach Maßgabe der Bedingung ihrer langfristigen Konstanz innerhalb eines statistisch gesicherten Bereichs berechnet werden.

Die Berechnung erfolgte im Rahmen einer Regressionsanalyse mit Hilfe der Annahme, daß die empirischen Beobachtungswerte der makroökonomischen Variablen mit gewissen Meßfehlern behaftet sind.

Die strikte Aufrechterhaltung der voranstehenden Bedingung und der Implikationen einer absoluten Konstanz der spezifischen produktionstheoretischen Parameter erscheint im vorliegenden bevölkerungstheoretischen Zusammenhang widersprüchlich.

Die reale partielle Grenzproduktivität des Arbeitseinsatzes gilt im Rahmen der bevölkerungstheoretischen Hypothese als Maß des realen Arbeitseinkommens und bestimmende Variable der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung.

In Anbetracht der Unstetigkeit des Bevölkerungswachstums erscheint es nicht sinnvoll, dieses mit einer theoretisch von Fluktuationen bereinigten Entwicklung der Bestimmungsgründe des Arbeitseinkommens in Beziehung zu setzen. Seiner Berechnung werden daher nach Möglichkeit die aktuellen empirischen ökonomischen Variablen und Parameter zugrundegelegt.

6. Bezüglich der Berechnung der realen partiellen Produktionselastizität des Arbeitseinsatzes bedeutet die voranstehenden Überlegungen, daß die Annahme ihrer langfristigen und absoluten Konstanz für den vorliegenden bevölkerungstheoretischen Zusammenhang modifiziert wird, ohne sie in ihrem grundsätzlichen produktionstheoretischen Gehalt anzutasten.

Die Vermutung einer langfristigen Konstanz der produktionstheoretischen Parameter wird entsprechend Beziehung (6.8) auf die reale totale Elastizität des Produktionsprozesses übertragen. Das bedeutet, daß kurzfristige und kompensatorische Fluktuationen der realen partiellen Produktionselastizitäten aufgrund möglicher Substitutionsprozesse zwischen den Faktoren nicht ausgeschlossen sind.

Unter den gegebenen Annahmen erfolgt die Berechnung der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit unter Berücksichtigung von Schätzwerten für die reale totale Produktionselastizität gemäß der vorliegendne Beziehung (6.9.1). Der langfristig konstante Schätzwert der realen totalen Elastizität des Produktionsprozesses (E_2) folgt

einschließlich seiner Grenzwerte (E_1, E_3) unter Berücksichtigung der langfristig konstanten Schätzwerte der realen partiellen Elastizität der Produktionsfaktoren aus Beziehung (6.8)

(6.17) $E_1 = 1{,}28892$ $E_2 = 1{,}32987$ $E_3 = 1{,}37082$

Unter Einführung der voranstehend abgeleiteten Parameter in die Beziehung (6.9.1) ist die mutmaßliche Entwicklung der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit als Variable ihrer realen Grenzproduktivität gemäß Beziehung (6.16) bestimmt.

Die berechneten Zeitreihen sind in den Spalten (2) bis (4) der Tabelle 6.8 wiedergegeben.

Wie zu erwarten, oszillieren die errechneten Werte der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit um ein jeweils zugeordnetes langfristiges Niveau.

TABELLE : 6.8 DIE ENTWICKLUNG DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITAET DER FAKTOREN
ERMITTELT AUFGRUND UNTERSCHIEDLICHER BEDINGUNGEN
BEZUEGLICH DER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA) 1850 - 1913

PERIODE	PARTIELLE PRODUKTIONSELASTZITAET DER ARBEIT			PARTIELLE PRODUKTIONSELASTZITAET DES KAPITALS		
BEDINGUNG	ETA = 1.28892	ETA = 1.32987	ETA = 1.37082	ETA = 1.28892	ETA = 1.32987	ETA = 1.37082
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1850	0.63341	0.60965	0.58589	0.65550	0.72022	0.78493
1851	0.63008	0.60620	0.58232	0.65884	0.72367	0.78850
1852	0.62976	0.60564	0.58151	0.65916	0.72423	0.78931
1853	0.62799	0.60375	0.57952	0.66093	0.72611	0.79130
1854	0.62735	0.60303	0.57871	0.66157	0.72684	0.79211
1855	0.62647	0.60200	0.57752	0.66245	0.72787	0.79330
1856	0.63571	0.61102	0.58633	0.65321	0.71885	0.78450
1857	0.64093	0.61613	0.59134	0.64799	0.71374	0.77948
1858	0.63785	0.61255	0.58804	0.65106	0.71692	0.78278
1859	0.63598	0.61094	0.58590	0.65294	0.71893	0.78492
1860	0.64082	0.61555	0.59027	0.64810	0.71432	0.78055
1861	0.63530	0.60990	0.58450	0.65362	0.71997	0.78632
1862	0.63821	0.61255	0.58689	0.65071	0.71732	0.78393
1863	0.64462	0.61865	0.59269	0.64430	0.71122	0.77813
1864	0.64562	0.61962	0.59323	0.64330	0.71044	0.77759
1865	0.64286	0.61648	0.59008	0.64604	0.71339	0.78074
1866	0.64147	0.61486	0.58824	0.64745	0.71501	0.78258
1867	0.63945	0.61273	0.58597	0.64942	0.71713	0.78485
1868	0.64458	0.61748	0.59039	0.64434	0.71238	0.78043
1869	0.64315	0.61590	0.58865	0.64577	0.71397	0.78217
1870	0.63945	0.61195	0.58446	0.64946	0.71791	0.78637
1871	0.64212	0.61441	0.58670	0.64680	0.71546	0.78412
1872	0.64847	0.62043	0.59238	0.64045	0.70944	0.77844
1873	0.65201	0.62372	0.59542	0.63691	0.70615	0.77540
1874	0.65795	0.62924	0.60053	0.63097	0.70063	0.77029
1875	0.65435	0.62538	0.59637	0.63453	0.70449	0.77445
1876	0.64886	0.61954	0.59023	0.64006	0.71033	0.78059
1877	0.64385	0.61431	0.58476	0.64506	0.71556	0.78606
1878	0.64734	0.61755	0.58777	0.64158	0.71232	0.78305
1879	0.64031	0.61036	0.58040	0.64861	0.71951	0.79042
1880	0.63571	0.60558	0.57544	0.65320	0.72429	0.79538
1881	0.63652	0.60615	0.57579	0.65240	0.72372	0.79504
1882	0.63651	0.60594	0.57538	0.65241	0.72393	0.79546
1883	0.64164	0.61081	0.57997	0.64727	0.71906	0.79085
1884	0.64213	0.61103	0.57993	0.64678	0.71884	0.79089
1885	0.64261	0.61123	0.57984	0.64631	0.71864	0.79098
1886	0.63985	0.60874	0.57658	0.64903	0.72163	0.79424
1887	0.64231	0.61039	0.57847	0.64661	0.71948	0.79235
1888	0.64515	0.61257	0.58079	0.64377	0.71690	0.79004
1889	0.64501	0.61252	0.58002	0.64390	0.71735	0.79080
1890	0.64545	0.61259	0.57974	0.64347	0.71728	0.79108
1891	0.64176	0.60868	0.57560	0.64716	0.72119	0.79522
1892	0.64404	0.61064	0.57724	0.64487	0.71923	0.79359
1893	0.64778	0.61404	0.58030	0.64113	0.71583	0.79052
1894	0.64753	0.61351	0.57949	0.64139	0.71636	0.79133
1895	0.65090	0.61659	0.58229	0.63802	0.71328	0.78853
1896	0.65165	0.61706	0.58235	0.63726	0.71287	0.78847
1897	0.65086	0.61583	0.58081	0.63806	0.71403	0.79001
1898	0.65161	0.61611	0.58061	0.63731	0.71376	0.79021
1899	0.65196	0.61607	0.58017	0.63696	0.71380	0.79065
1900	0.65402	0.61780	0.58157	0.63489	0.71207	0.78925
1901	0.64548	0.60900	0.57252	0.64344	0.72087	0.79831
1902	0.64497	0.60827	0.57157	0.64394	0.72160	0.79925
1903	0.64910	0.61207	0.57503	0.63981	0.71760	0.79579
1904	0.65052	0.61310	0.57567	0.63840	0.71677	0.79515
1905	0.64874	0.61093	0.57312	0.64018	0.71894	0.79770
1906	0.64828	0.61007	0.57187	0.64063	0.71979	0.79896
1907	0.65021	0.61157	0.57294	0.63871	0.71829	0.79788
1908	0.64840	0.60946	0.57052	0.64052	0.72041	0.80030
1909	0.64698	0.60771	0.56845	0.64194	0.72216	0.80237
1910	0.64847	0.60888	0.56930	0.64045	0.72099	0.80152
1911	0.64933	0.60935	0.56937	0.63959	0.72052	0.80145
1912	0.65143	0.61123	0.57062	0.63748	0.71884	0.80020
1913	0.65418	0.61339	0.57260	0.63474	0.71648	0.79822

7. Aufgrund der errechneten Schätzwerte für die Entwicklung der realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit (α_t) und der vorliegenden empirischen Werte über den Stand der Bevölkerung (B_t) und das zugeordnete Produktionsvolumen (X_t) der Zeiteinheit t können die Schätzwerte für die Entwicklung der realen partiellen Grenzproduktivität der Arbeit oder ihren realen Satz der Entlohnung unmittelbar aus Beziehung (6.16) errechnet werden.

Die resultierende Zeitreihe für die Entwicklung des Reallohnsatzes liegt entsprechend den alternativen Schätzwerten für das Niveau der realen Produktionselastizität in drei Versionen vor.

Die Spalten (2) bis (4) der Tabelle 6.10 sowie Schaubild 6.6 enthalten die Entwicklung des realen partiellen Grenzproduktivität der Arbeit als Reallohnsatz in den alternativen Versionen.

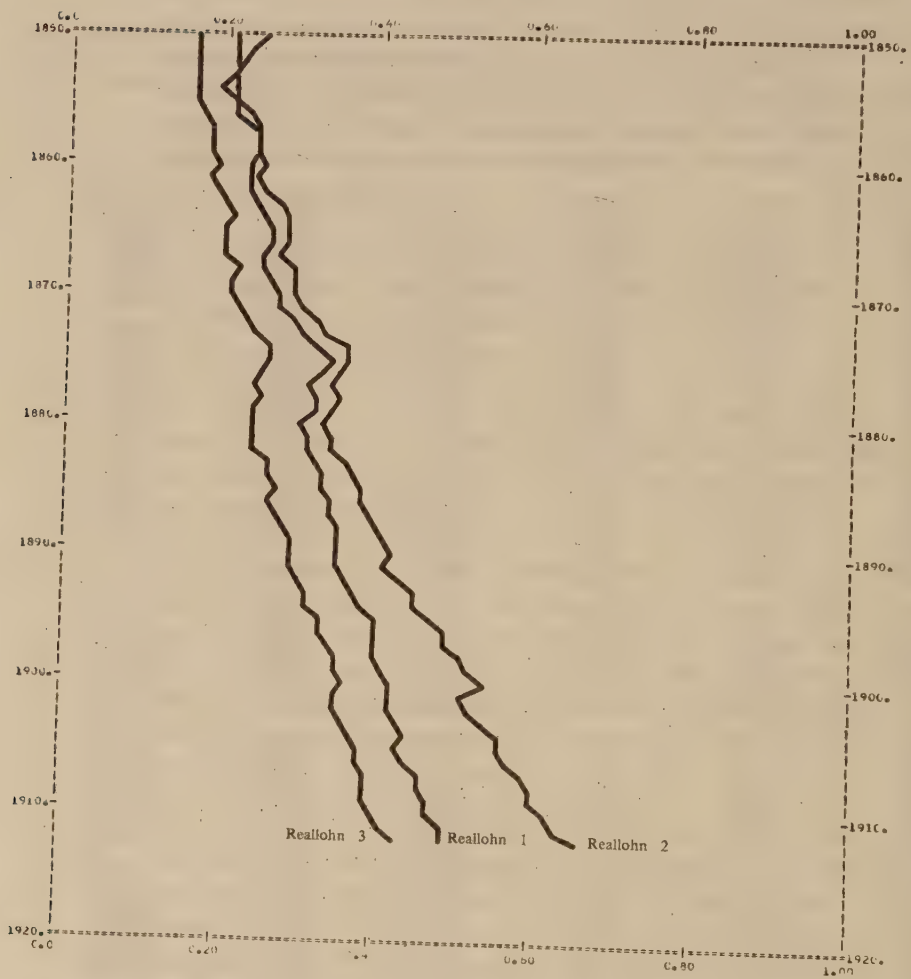
Vergleichbare Ergebnisse hierzu liefern die Spalten (2) bis (4) der Tabelle 6.9 und Schaubild 6.5. Die Zeitreihen basieren auf der Annahme einer realen partiellen Produktionselastizität der Arbeit in Höhe ihres statistischen Schätzwertes bzw. der historischen Lohnquote sowie einer realen Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe von Eins.

Ein Vergleich der berechneten realen Lohnentwicklung verdeutlicht ihre starke Abhängigkeit von den zugrundegelegten produktions- und verteilungstheoretischen Annahmen und die Begründetheit des Verzichts auf die ökonometrischen Implikationen der Grenzproduktivitätstheorie der Faktorentlohnung.

TABELLE : 6.9 DIE ENTWICKLUNG DER RELATIVEN ZUWACHSRATE DER NEUOELKERUNG GEGENUEBER DER FOLGENDEN PERIODE (NR.BEV.)
UND DER MOEHE DES REALEN GRENZPRODUKTS DER ARBEIT (REALLOHN)
GEMESSEN NACH MASSGABE VORGEGEBENER BEDINGUNGEN
BEZUEGLICH DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITAET DER ARBEIT (ALPHA)
BZW. DER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA)
BEZOGEN AUF EIN JAHR (1850-1913)

PERIODE	BEDINGUNGEN BEZUEGLICH ALPHA		BEDINGUNGEN BEZUEGLICH ETA		NR.BEV.
	ALPHA = LOHNQUOTE	ALPHA = 0.61266	ETA = 1.	ETA = 1.32987	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1850	0.246420	0.163939	0.214353	0.163134	0.008949
1851	0.230849	0.161471	0.210469	0.159768	0.006624
1852	0.216429	0.163620	0.213639	0.161744	0.003625
1853	0.211284	0.162807	0.212308	0.160441	0.002834
1854	0.199214	0.166217	0.217482	0.164156	0.001164
1855	0.217875	0.163718	0.213545	0.160868	0.003376
1856	0.208494	0.176431	0.233238	0.175958	0.007391
1857	0.228503	0.183624	0.244927	0.184664	0.008295
1858	0.240931	0.181115	0.240514	0.181199	0.009747
1859	0.239524	0.180190	0.238999	0.179684	0.011320
1860	0.235043	0.188582	0.252136	0.189471	0.010422
1861	0.230492	0.183203	0.243563	0.182377	0.009447
1862	0.229350	0.189602	0.253535	0.189567	0.010505
1863	0.244696	0.201175	0.271810	0.203143	0.010938
1864	0.250019	0.205221	0.278168	0.207486	0.009161
1865	0.256162	0.203977	0.276046	0.205250	0.006043
1866	0.258162	0.204692	0.277047	0.205426	0.006158
1867	0.250977	0.203822	0.275558	0.203847	0.004771
1868	0.247853	0.214750	0.292933	0.216441	0.006737
1869	0.264111	0.214659	0.292692	0.215795	0.007680
1870	0.270636	0.212738	0.289410	0.212493	0.004705
1871	0.272459	0.216975	0.295370	0.219599	0.005683
1872	0.289813	0.232374	0.320992	0.235319	0.008101
1873	0.305788	0.240957	0.334943	0.245306	0.010586
1874	0.320458	0.255907	0.359430	0.262833	0.012237
1875	0.340956	0.254341	0.356037	0.259621	0.012724
1876	0.350754	0.249686	0.348711	0.252484	0.012796
1877	0.315252	0.244980	0.340800	0.245639	0.011901
1878	0.325266	0.253469	0.354747	0.255493	0.011602
1879	0.316252	0.244825	0.340350	0.243904	0.010170
1880	0.299460	0.246187	0.332575	0.237410	0.007384
1881	0.306967	0.244400	0.339382	0.241804	0.006406
1882	0.313851	0.247170	0.343745	0.244408	0.006496
1883	0.321447	0.256652	0.362739	0.257869	0.008258
1884	0.330647	0.263084	0.369970	0.262383	0.006703
1885	0.335759	0.267812	0.377699	0.267185	0.009142
1886	0.338269	0.267088	0.376315	0.265160	0.010523
1887	0.341397	0.276777	0.389085	0.273758	0.011295
1888	0.350021	0.283266	0.403179	0.283348	0.011398
1889	0.352103	0.287472	0.410225	0.287405	0.010756
1890	0.347552	0.293496	0.420243	0.293463	0.010581
1891	0.355094	0.290300	0.414678	0.288414	0.010128
1892	0.359566	0.290066	0.429426	0.298079	0.009768
1893	0.375917	0.310935	0.449572	0.311636	0.011466
1894	0.385716	0.314466	0.455843	0.315100	0.012895
1895	0.400603	0.324422	0.474290	0.327510	0.014461
1896	0.405957	0.332327	0.486096	0.334682	0.015468
1897	0.399278	0.336666	0.493456	0.338410	0.015625
1898	0.402142	0.345743	0.509056	0.347688	0.015476
1899	0.413290	0.352838	0.521303	0.354799	0.014444
1900	0.424096	0.362583	0.538310	0.365623	0.014774
1901	0.413451	0.345085	0.514435	0.346997	0.015701
1902	0.417782	0.351494	0.518589	0.348976	0.014922
1903	0.432785	0.365523	0.543165	0.365168	0.014430
1904	0.441940	0.375013	0.559860	0.375279	0.014107
1905	0.434758	0.377760	0.564493	0.376692	0.013911
1906	0.440280	0.383537	0.574593	0.381918	0.014063
1907	0.456083	0.395112	0.595096	0.394412	0.013707
1908	0.463696	0.396319	0.597132	0.394249	0.013585
1909	0.466792	0.398863	0.601557	0.395641	0.013356
1910	0.473624	0.407836	0.617568	0.405315	0.012251
1911	0.486604	0.416908	0.633798	0.414655	0.012041
1912	0.495304	0.425657	0.656766	0.428512	0.012578

SCHAUBILD : 6.5 DIE ENTWICKLUNG DES REALEN LOHNSATZES ERMITTELT AUFGRUND UNTERSCHIEDLICHER BEDINGUNGEN BEZLEGLICH DER HISTORISCHEN HOEHE DER LOHNQUOTE (REALLOHN 1) SOWIE DER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA) IN HOEHE VON ETA = 1 (REALLOHN 2) BZW. ETA = 1,32987 (REALLOHN 3) FUER DIE PERIODE 1850 - 1913

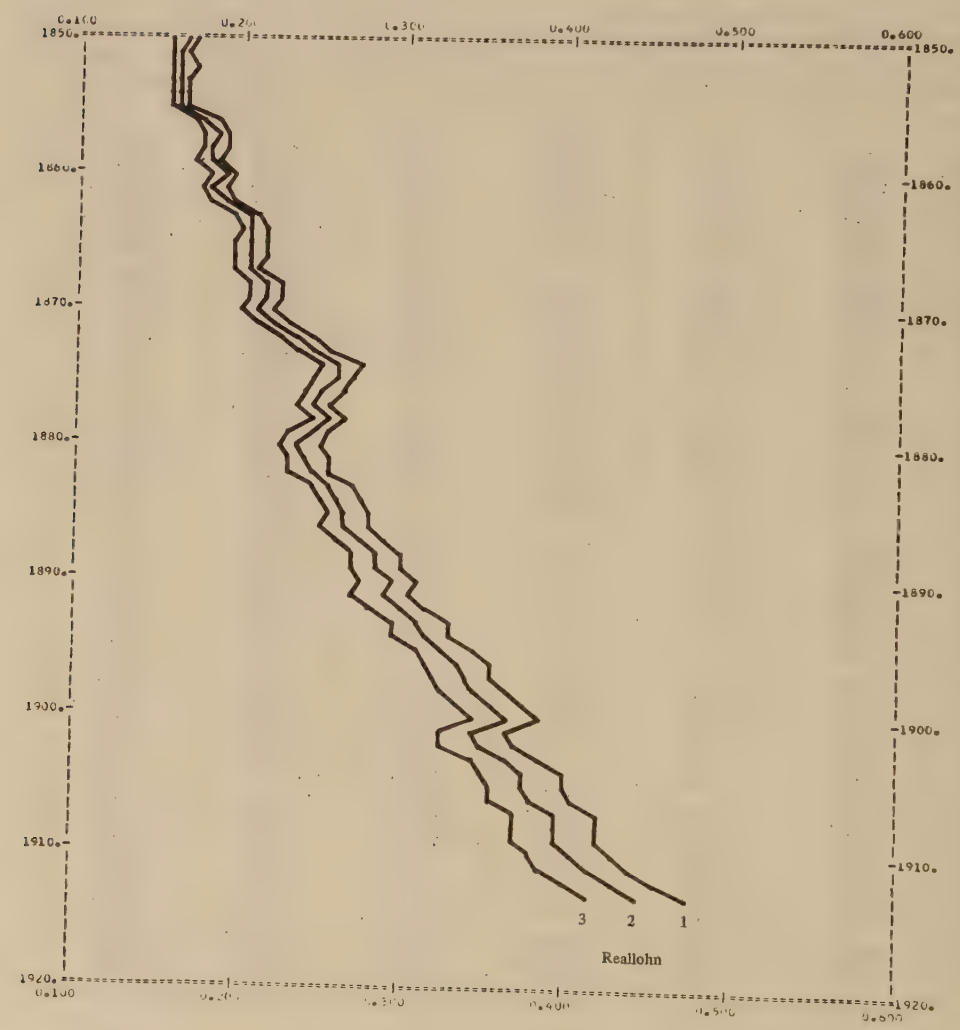


(VERGL.: R.GAHLEN,DIE UEBERPRUEFUNG PRODUKTIONSTHEORETISCHER HYP THESEN FUER DEUTSCHLAND (1850-1913), TUEBINGEN 1968,TAB. :A.1.6.-1)

TABELLE : 6.10 DIE ENTWICKLUNG DER REALEN LOHN- UND ZINSSAETZE ERMITTELT AUFGRUND UNTERSCHIEDLICHER BEDINGUNGEN BEZUEGLICH DER HOEHE DER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA) FUER DIE PERIODE 1850 - 1913

PERIODE	ALTERNATIVE HOEHE DES REALLOHNSATZES			ALTERNATIVE HOEHE DES REALZINSES		
BEDINGUNG	ETA = 1.28892	ETA = 1.32987	ETA = 1.37082	ETA = 1.28892	ETA = 1.32987	ETA = 1.37082
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1850	0.16949	0.16313	0.15678	0.13243	0.14551	0.15858
1851	0.16606	0.15977	0.15347	0.13024	0.14306	0.15587
1852	0.16819	0.16174	0.15530	0.12937	0.14215	0.15494
1853	0.16688	0.16044	0.15400	0.12797	0.14059	0.15321
1854	0.16647	0.16001	0.15356	0.12878	0.14148	0.15419
1855	0.16741	0.16087	0.15433	0.12620	0.13867	0.15113
1856	0.18307	0.17596	0.16885	0.13145	0.14466	0.15787
1857	0.19210	0.18466	0.17723	0.13495	0.14864	0.16233
1858	0.18856	0.18120	0.17384	0.13292	0.14637	0.15982
1859	0.18705	0.17968	0.17232	0.13174	0.14506	0.15837
1860	0.19725	0.18947	0.18169	0.13463	0.14839	0.16215
1861	0.18997	0.18238	0.17478	0.13109	0.14440	0.15771
1862	0.19751	0.18957	0.18163	0.13246	0.14602	0.15958
1863	0.21167	0.20314	0.19462	0.13603	0.15016	0.16429
1864	0.21628	0.20749	0.19871	0.13636	0.15059	0.16482
1865	0.21404	0.20525	0.19646	0.13423	0.14823	0.16222
1866	0.21432	0.20543	0.19653	0.13276	0.14661	0.16046
1867	0.21275	0.20385	0.19494	0.13124	0.14493	0.15861
1868	0.22594	0.21644	0.20695	0.13336	0.14744	0.16153
1869	0.22534	0.21579	0.20625	0.13221	0.14617	0.16014
1870	0.22204	0.21249	0.20294	0.12930	0.14293	0.15655
1871	0.22950	0.21960	0.20970	0.13038	0.14422	0.15806
1872	0.24596	0.23532	0.22468	0.13331	0.14767	0.16203
1873	0.25643	0.24531	0.23418	0.13499	0.14966	0.16434
1874	0.27482	0.26283	0.25084	0.13764	0.15284	0.16803
1875	0.27167	0.25962	0.24758	0.13486	0.14973	0.16460
1876	0.26443	0.25248	0.24054	0.13098	0.14536	0.15974
1877	0.25745	0.24564	0.23382	0.12784	0.14181	0.15578
1878	0.26781	0.25549	0.24317	0.12972	0.14402	0.15832
1879	0.25587	0.24390	0.23193	0.12560	0.13933	0.15306
1880	0.24922	0.23741	0.22560	0.12289	0.13626	0.14964
1881	0.25392	0.24180	0.22969	0.12294	0.13638	0.14981
1882	0.25674	0.24441	0.23208	0.12255	0.13599	0.14942
1883	0.27089	0.25787	0.24485	0.12488	0.13874	0.15259
1884	0.27574	0.26238	0.24903	0.12467	0.13856	0.15245
1885	0.28090	0.26718	0.25347	0.12430	0.13821	0.15212
1886	0.27896	0.26516	0.25136	0.12235	0.13604	0.14972
1887	0.28808	0.27376	0.25944	0.12335	0.13725	0.15115
1888	0.29822	0.28335	0.26847	0.12467	0.13883	0.15299
1889	0.30265	0.28741	0.27216	0.12414	0.13830	0.15246
1890	0.30920	0.29346	0.27772	0.12373	0.13792	0.15211
1891	0.30409	0.28841	0.27274	0.12155	0.13545	0.14936
1892	0.31439	0.29808	0.28177	0.12225	0.13635	0.15045
1893	0.32876	0.31164	0.29451	0.12368	0.13808	0.15249
1894	0.33257	0.31510	0.29763	0.12324	0.13765	0.15205
1895	0.34573	0.32751	0.30929	0.12482	0.13955	0.15427
1896	0.35348	0.33468	0.31588	0.12487	0.13969	0.15450
1897	0.35766	0.33841	0.31916	0.12407	0.13884	0.15361
1898	0.36772	0.34769	0.32766	0.12377	0.13861	0.15346
1899	0.37547	0.35480	0.33413	0.12353	0.13843	0.15333
1900	0.38706	0.36562	0.34419	0.12434	0.13945	0.15456
1901	0.36778	0.34700	0.32621	0.11993	0.13436	0.14880
1902	0.37003	0.34898	0.32792	0.11986	0.13432	0.14877
1903	0.38727	0.36517	0.34307	0.12174	0.13658	0.15142
1904	0.39819	0.37528	0.35237	0.12205	0.13703	0.15202
1905	0.40601	0.37669	0.35338	0.12072	0.13557	0.15043
1906	0.40584	0.38192	0.35800	0.12004	0.13487	0.14971
1907	0.41933	0.39441	0.36950	0.12048	0.13549	0.15050
1908	0.41944	0.39425	0.36906	0.11943	0.13432	0.14922
1909	0.42121	0.39564	0.37008	0.11850	0.13331	0.14811
1910	0.43167	0.40532	0.37897	0.11901	0.13398	0.14894
1911	0.44186	0.41466	0.38745	0.11893	0.13398	0.14903
1912	0.45685	0.42851	0.40018	0.11935	0.13458	0.14981
1913	0.47351	0.44398	0.41446	0.12023	0.13571	0.15120

SCHAUBILD : DIE ENTWICKLUNG DES REALEN LOHNSATZES ERMITTELT AUFGRUND UNTERSCHIEDLICHER ANNAMEN
6.6 BEZUEGLICH DER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA) FUER DIE BETRAEGE
ETA = 1.26832 (REALLOHN 1) , ETA = 1.32987 (REALLOHN 2) , ETA = 1.37682 (REALLOHN 3)
IN DER PERIODE 1850 - 1913



8. Mit der Ermittlung der relativen Wachstumsraten der Bevölkerung (wB_t) sowie der Höhe der realen Lohnsätze nach Maßgabe des realen partiellen Grenzprodukts des Arbeitseinsatzes (wr_t) sind die Variablen der bevölkerungstheoretischen Grundbeziehung (2.2) in der Untersuchungsperiode bestimmt.

Schaubild 6.7 enthält die Entwicklung der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung und die Entwicklung des Reallohns für die reale Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe ihres Schätzwertes.

Nach Maßgabe der vorliegenden Ergebnisse werden im folgenden die der bevölkerungstheoretischen Beziehung (2.2) zugeordneten demographischen Parameter (p,wm) statistisch abgeschätzt.

SCHAUBILD : 6.7 DIE ENTWICKLUNG DER RELATIVEN WACHSTUMSRATE DER BEVOELKERUNG (WR.BEV.) GEGENUEBER DER ENTWICKLUNG DES REALEN LOHNSATZES (REALLOHN) UNTER ANNAHME EINER KONSTANTEN NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPRIZESSES IN HOEHE VON 1,32987 FUER DIE PERIODE 1850 - 1913

6.2.2.2. Berechnung mit Hilfe einer linearen Einfach-Regression

1. Die Anwendung der Regressionsanalyse zur Bestimmung des relativen Bevölkerungswachstums (wB_t) in Bezug auf die reale Lohnentwicklung (wr_t) ist geeignet, Schätzwerte der Parameter ihrer linearen Beziehung (p,wm) in der Untersuchungsperiode zu liefern.

Voraussetzung hierfür ist, daß die bevölkerungstheoretischen Parameter den Anwendungsbedingungen des Modells gemäß tatsächlich konstant sind. Die Geltungen der bevölkerungstheoretischen Anwendungsbedingungen beruht auf der allgemeinen soziologischen Vermutung, daß in Perioden relativ stabiler ökonomischer und sozialer Strukturen die demographischen Verhaltensparameter einer Bevölkerung sich wenig verändern.

Die Beobachtung einer statistisch gesicherten linearen Beziehung zwischen der Höhe der relativen Bevölkerungswachstumsrate und des realen Lohnsatzes ist geeignet, die gebildete Annahme zu stützen. Ein positiver Nachweis kann jedoch mit Hilfe des angewendeten statistischen Verfahrens nicht geführt werden. Ist eine gesicherte Darstellung des empirischen Materials mit Hilfe eines linearen Zusammenhangs nicht möglich, so gilt die bevölkerungstheoretische Beziehung in der vorliegenden Form (2.2) als widerlegt.

Der Grund hierfür, kann sowohl in einer mangelnden Konstanz der angenommenen Parameter, wie in der empirischen Haltlosigkeit der bevölkerungstheoretischen Hypothese gesehen werden. Darüberhinaus ist nicht auszuschließen, daß starke Zufallsabweichungen oder sonstige gegenüber dem Modellzusammenhang exogene Einflüsse das Bild eines linearen Zusammenhangs der Variablen in der betrachteten Untersuchungsperiode verzerren.

Es erscheint ohne zusätzliche von der durchgeführten Regressionsanalyse unabhängige Überprüfungsmethoden nicht möglich, die Konstanz der demographischen Parameter als Anwendungsbedingungen des Modells selbst positiv zu bestätigen oder eindeutig zurückzuweisen. Es können nur Schätzwerte unter den angenommenen Bedingungen gewonnen werden.

Wird die Regressionsanalyse unter diesen Einschränkungen angewendet, so ergeben sich den alternativen abgeleiteten Entwicklungen des realen Lohnsatzes entsprechend nachstehend diskutierte Ergebnisse.

2. Unabhängig von den methodischen Schwierigkeiten, einen Funktionstyp abzuleiten, der den empirischen Beziehungen zwischen der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung und den realen Lohnsatz einer Zeiteinheit eindeutig zugrundeliegt, können die bestehenden statistischen Alternativen quantifiziert werden.

Als Maß der deskriptiven Güte eines funktionalen Zusammenhangs, wird die Summe der quadrierten Abweichungen der empirischen von den zugeordneten theoretischen Werten der abhängigen Variablen betrachtet.

Dies bedeutet die relative Wachstumsrate der Bevölkerung in Abhängigkeit von der Höhe des Reallohns nach Maßgabe unterschiedlicher funktionaler Beziehungen zu bestimmen und ihren empirischen Werten gegenüberzustellen.

Bezeichnet a_i die quadrierte Differenz zwischen den theoretischen und den empirischen Werten der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung und i die Ordnungszahl alternativer Entwicklungen des realen Lohnsatzes entsprechend den Schätzwerten der realen Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Beziehung (6.17) so ergibt sich:

Linearer Zusammenhang:

$a_1 = 0{,}00138$ $a_2 = 0{,}00137$ $a_3 = 0{,}00137$

Polynom 3., 4. bzw. 7. Ordnung:

$a_1 = 0{,}00133$ $a_2 = 0{,}00125$ $a_3 = 0{,}00116$

Exponentialfunktion:

$a_1 = 0{,}00135$ $a_2 = 0{,}00136$ $a_3 = 0{,}00136$

Potenzfunktion:

$a_1 = 0{,}00134$ $a_2 = 0{,}00135$ $a_3 = 0{,}00135$

3. Die Ergebnisse der linearen und nicht-linearen Regressionsansätze weichen auch in dem Fall eines Polynoms höhrerer Ordnung nicht so erheblich voneinander ab, daß die Annahme eines linearen Zusammenhangs der Variablen zwingend zurückzuweisen ist.

Diese Entscheidung wird dadurch gestützt, daß die Entwicklung der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung, wie Schaubild 6.7. verdeutlicht, durch ca. 10-jährige zyklische Schwankungen um einem langfristigen Trendwert charakterisiert ist, die nicht mit der Entwicklung des Reallohnsatzes korrespondieren. Dieser Sachverhalt bewirkt ein gewissen Maß der Abweichungen, das durch temporäre Schwankungen erklärt werden kann und einer möglichen Linearität der langfristigen Beziehungen zwischen den Variablen nicht zwingend entgegensteht.

Danach erscheint es nicht gerechtfertigt, die modellgemäßen Annahmen einer Linearität der demographischen Beziehungen und der Konstanz ihrer Parameter aus empirischen Gründen aufzuheben. Die gebildeten Annahmen gelten als unwiderlegt; der positive Nachweis ihrer empirischen Gültigkeit seht jedoch weiterhin aus.

Soweit es möglich ist, die Gegebenheit der bevölkerungstheoretischen Anwendungsbedingungen des Modells zu akzeptieren, reicht es für den Fortgang der empirischen Untersuchung hin, die Schätzwerte der zugeordneten demographischen Parameter einschließlich ihrer statistisch gesicherten Grenzwerte zu bestimmen.

4. Die Ergebnisse der Schätzung sind auf die Schreibweise der bevölkerungstheoretischen Grundbeziehung gemäß (2.3) und Abb. 2.1 bezogen.

Demnach entspricht der Schätzwert des Regressionskoeffizienten der Analyse dem Proportionalitätsfaktor der bevölkerungstheoretischen Beziehung oder der Proliferationsneigung der Bevölkerung in Bezug auf reale Einkommensschwankungen (p) .

Der geschätzte Betrag des absoluten Gliedes der Regressionsfunktion ist nach Division durch den vorliegenden Regressionskoeffizienten ein Maß für den kritischen Mindestwert des realen Lohneinkommens bei welchem die relative Wachstumsrate der Bevölkerung gleich Null ist.

Für beide Schätzwerte der linearen bevölkerungstheoretischen Beziehung sind statistische Grenzwerte nach Maßgabe einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,5 Prozent ermittelt worden.

Die Bestimmung der Grenzwerte des Regressionskoeffizienten folgt der voranstehend angewendeten Methode. Als Grenzwerte des kritischen Mindestlohnsatzes gelten die Schnittpunkte des Konfidenzintervalls einer dem Schätzwert des Regressionskoeffizieten zugeordneten Regressionsfunktion mit der Achse der unabhängigen Variablen. Die Grenzwerte des nach diesem Verfahren ermittelten realen Mindestlohnsatzes sind gegenüber ihrem Schätzwert nicht symmetrisch; sie weichen von diesem bei gegebener Irrtumswahrscheinlichkeit je nach der Höhe des Regres-

sionskoeffizienten und der Streuung der Variablen um ihren Mittelwert in unterschiedlichem Maße ab.

Die Ergebnisse der Berechnungen sind für alternative Irrtumswahrscheinlichkeiten entsprechend dem Schätzwert der realen Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Tabelle 6.11 aufgeführt.

Abb. 6.3 enthält die einander zugeordneten Regressionsfunktionen unter Kennzeichnung der relevanten Schätzwerte für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,5 Prozent. Abb. 6.4 veranschaulicht die voranstehenden Ausführungen für die Bestimmung eines kritischen Mindestbetrages der realen Entlohnung.

Eine Zusammenstellung sämtlicher Ergebnisse enthält nach Maßgabe einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,5 Prozent Tabelle 6.14 in den Spalten (4) und (5) ihres ersten Teils.

Die Schätzergebnisse enthalten entsprechend ihrer Zuordnung zu alternativen Höhen der realen Niveauelastizität des Produktionsprozesses drei Gruppen von Wertepaaren. Jede dieser Gruppen enthält jeweils drei Schätzwerte der Proliferationsrate, sowie drei mit jenen innerhalb der betrachteten Gruppe frei kombinierbare Schätzwerte eines kritischen Mindestbetrages der realen Lohnhöhe.

TABELLE : 6.11 DIE ERMITTLUNG STATISTISCHER SCHAETZWERTE FUER DIE HOEHE DER PROLIFERATIONSRATE DER BEVOELKERUNG SOWIE EINES REALEN MINDESTLOHNSATZES UNTER ANNAHME EINES BETRAGES FUER DIE NIVEAUELASTZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES IN HOEHE VON 1,3299

IN ABHAENGIGKEIT VON DER HOEHE DER IRRTUMSWAHRSCHEINLICHKEIT NACH MASSGABE EINER KONFIDENZZAHL GEMAESS STUDENT'S T-VERTEILUNG

KONFIDENZPARAMETER				SCHAETZWERTE DER VARIABLEN		
NO.	KONFIDENZZAHL	T-WERT	KONFIDENZBEREICH	PROLIF.R.	EX.MINN.	MIN.LOHN
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	0.200000	0.254000	0.001976	0.037366 0.035390 0.033414	0.000148 0.000701 0.001254	-0.037467 -0.019815 -0.003971
2	0.500000	0.679000	0.005282	0.040672 0.035390 0.030108	-0.000778 0.000701 0.002180	-0.072021 -0.019815 0.019220
3	0.800000	1.296000	0.010082	0.045472 0.035390 0.025308	-0.002121 0.000701 0.003524	-0.137821 -0.019815 0.047132
4	0.900000	1.671000	0.012999	0.048389 0.035390 0.022391	-0.002938 0.000701 0.004341	-0.191313 -0.019815 0.061524
5	0.950000	2.000000	0.015558	0.050948 0.035390 0.019832	-0.003655 0.000701 0.005057	-0.251003 -0.019815 0.072875
6	0.980000	2.390000	0.018592	0.053982 0.035390 0.016798	-0.004504 0.000701 0.005907	-0.345035 -0.019815 0.085028
7	0.990000	2.660000	0.020692	0.056082 0.035390 0.014698	-0.005092 0.000701 0.006495	-0.432667 -0.019815 0.092730
8	0.995000	2.915000	0.022676	0.058066 0.035390 0.012714	-0.005647 0.000701 0.007050	-0.541833 -0.019815 0.099533
9	0.998000	3.232000	0.025142	0.060532 0.035390 0.010248	-0.006338 0.000701 0.007740	-0.736162 -0.019815 0.107425
10	0.999000	3.460000	0.026916	0.062306 0.035390 0.008474	-0.006834 0.000701 0.008237	-0.945599 -0.019815 0.112752
11	0.999900	4.169000	0.032431	0.067821 0.035390 0.002959	-0.008379 0.000701 0.009781	-3.197175 -0.019815 0.127723
12	0.999990	4.825000	0.037534	0.072924 0.035390 -0.002144	-0.009807 0.000701 0.011210	0.052012 * -0.019815 0.139798
13	0.999999	5.449000	0.042388	0.077778 0.035390 -0.006998	-0.011166 0.000701 0.012569	0.152821 * -0.019815 0.150021

VERGL. : E.S.PEARSON UND H.O.HARTLEY (EDS.),BIOMETRIKA TABLES FOR STATISTICIANS, VOL.1,CAMBRIDGE UNIV.PRESS,CAMBRIDGE,ENGLAND,1954;
E.T.FRELEIGHI,EXTENDED TABLES OF THE PERCENTAGE POINTS OF STUDENT'S T-DISTRIBUTION, J.AMERIC.STAT.ASSOC.VOL.54,PP 662-686 (1959)

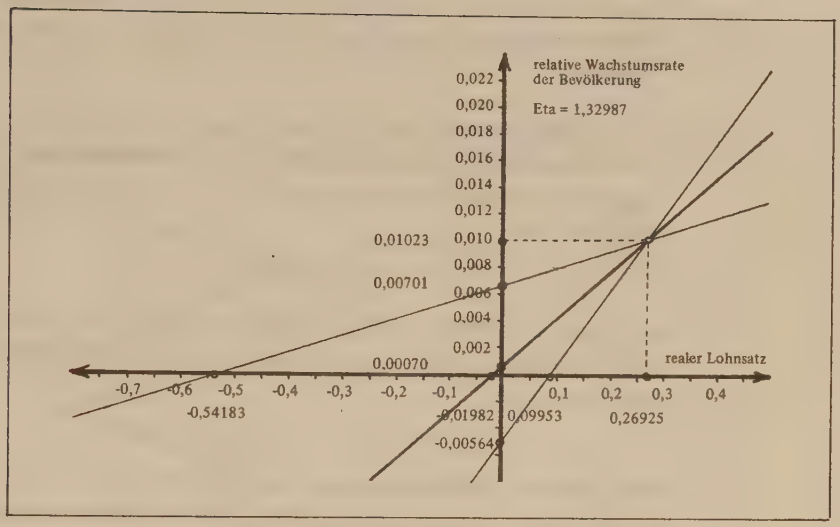

relative Wachstumsrate
der Bevölkerung
Eta = 1,32987
0,022
0,020
0,018
0,016
0,014
0,012
0,01023
0,010
0,008
0,00701
0,006
0,004
0,002
0,00070
realer Lohnsatz
-0,7
-0,6
-0,5
-0,4
-0,3
-0,2
-0,1
0,1
0,2
0,3
0,4
-0,54183
-0,01982
0,09953
0,26925
-0,00564

Abb. 6.3

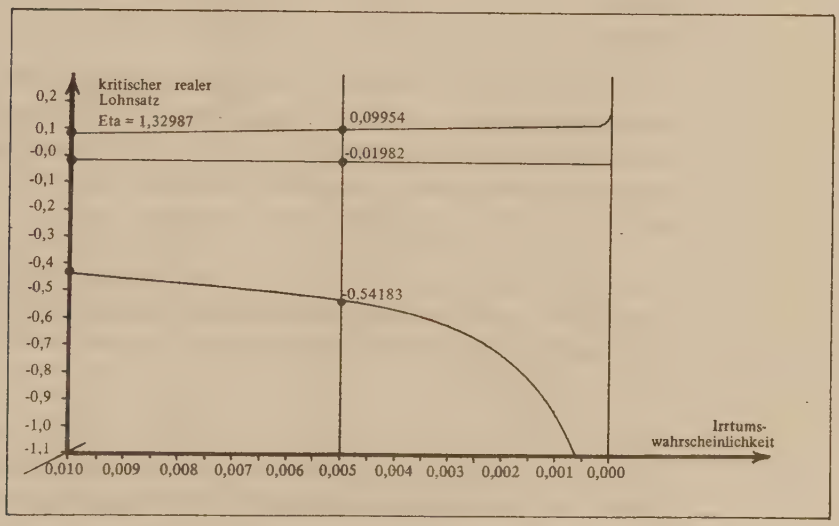

kritischer realer
Lohnsatz
Eta = 1,32987
0,2
0,1
-0,0
-0,1
-0,2
-0,3
-0,4
-0,5
-0,6
-0,7
-0,8
-0,9
-1,0
-1,1
0,09954
-0,01982
-0,54183
Irrtums-
wahrscheinlichkeit
0,010
0,009
0,008
0,007
0,006
0,005
0,004
0,003
0,002
0,001
0,000

Abb. 6.4

5. In einem kursorischen Überblick der in Tabelle 6.12 niedergelegten Ergebnisse kann folgendes festgestellt werden:

Der Änderungsbetrag der realtiven Wachstumsrate der Bevölkerung in Bezug auf reale Einkommensschwankungen oder ihre Proliferationsneigung (p) ist positiv und beträgt ca.:

$$p = 0{,}035 \pm 0{,}023$$

Der kritische Betrag eines realen Lohnsatzes (wm) beträgt in seinem realistisch erscheinenden positiven Bereich ca.:

$$wm = 0{,}1$$

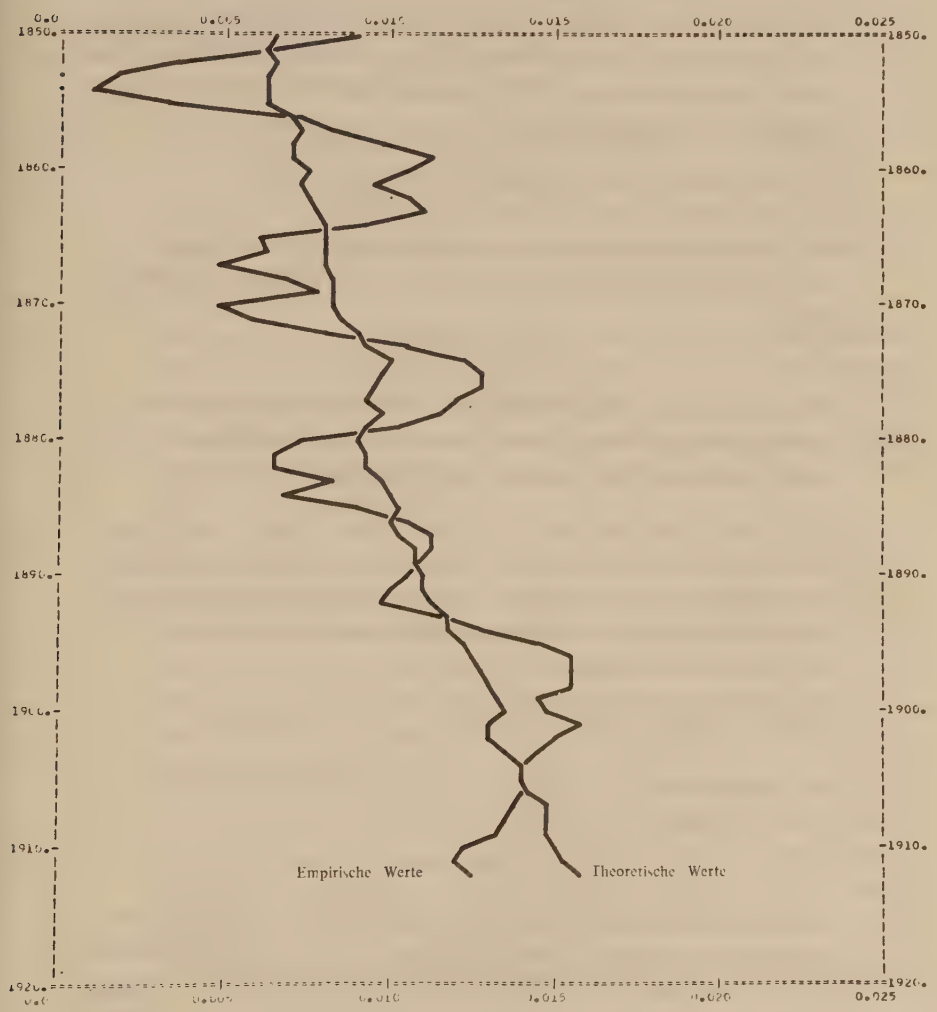
Nach diesem Maßstab übersteigt die Höhe des Reallohnsatzes gemäß Tabelle 6.10 zu Beginn der Untersuchungsperiode 1850 ein in diesem Sinne definiertes Existenzminimum um etwa die Hälfte, zum Ende der Untersuchungsperiode 1913 in etwa das Vierfache.

Die Beträge eines kritischen realen Mindesteinkommens sind möglicherweise negativ. Das bedeutet, daß selbst im hypothetischen Grenzfall eines Ausfalls sämtlicher realen Einkommensmöglichkeiten ceteris paribus mit einer Zunahme der Bevölkerung zu rechnen ist.

Eine Darstellung der empirischen und nach den voranstehenden Berechnungen abgeleiteten theoretischen Entwicklung der realen Lohnsätze ist in Schaubild 6.8 wiedergegeben.

Die Entwicklung der Zeitreihen verdeutlicht die zyklischen Schwankungen der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung und die möglicherweise striktere Abhängigkeit ihres langfristigen Trendwertes von der relativ stetigen Entwicklung des realen Lohnsatzes als bestimmende Variable.

SCHAUBILD : 6.8 DIE ENTWICKLUNG DER RELATIVEN WACHSTUMSRATE DER BEVOELKERUNG GEGENUEBER THEORETISCHEN WERTEN IN ABHAENGIGKEIT VON DER ENTWICKLUNG DES REALEN LOHNSATZES UNTER ANNAHME EINER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES IN HOEHE VON 1,32987 1850 - 1913



6. Die gewonnenen Schätzwerte der bevölkerungstheoretischen Parameter sind daraufhin überprüft, ob sie der Hypothese eines Regressionskoeffizienten vom Betrage Null oder eines tatsächlich fehlenden Zusammenhangs der zugeordneten Variablen standhalten.

Eine Vermutung dieses Inhalts kann mit großer Sicherheit zurückgewiesen werden. Dem in drei Versionen vorliegenden Datenmaterial zur realen Entwicklung des Lohnsatzes sind folgende Werte (t_i) einer Zufallsvariablen gemäß Student's Verteilung der T-Werte zugeordnet:

$t_1 = 4{,}52698 \quad t_2 = 4{,}78035 \quad t_3 = 4{,}56628$

Für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,01 Prozent beträgt der kritische Wert (t_k) der Zufallsvariablen:

$$t_k = 4{,}169$$

Damit ist die Überprüfung der Null-Hypothese als Falsifizierungsversuch eines Schätzwertes des Regressionskoeffizienten verschieden von Null gescheitert.

Diese Schlußfolgerung wird durch die Ergebnisse einer Varianzanalyse verstärkt. Den alternativen Versionen des empiritschen Materials entsprechen aufgrund einer Zufallsverteilung der F-Werte folgende Beträge (f_i) der Zufallsvariablen:

$f_1 = 20{,}49347 \quad f_2 = 22{,}85175 \quad f_3 = 20{,}85089$

Der zugeordnete kritische Vergleichswert (f_k) der Zufallsvariablen beträgt:

$$f_k = 11{,}97$$

Nach diesem Ergebnis kann für alle drei Versionen des Datenmaterials die Annahme eines positiven Regressionskoeffizienten oder eines statistisch gesicherten Zusammenhangs zwischen der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung und der Höhe des realen Lohnsatzes als Maß der Proliferationsneigung der Bevölkerung aufrecht erhalten bleiben.

7. Allen errechneten Versionen der realen Lohnentwicklung sind relativ niedrige Beträge eines Korrelationskoeffizienten (r_i) zugeordnet.

Die dem Datenmaterial jeweils zugeordneten Schätzwerte betragen:

$r_1 = 0{,}50147$ $r_2 = 0{,}52204$ $r_3 = 0{,}50472$

Die vorliegenden Ergebnisse bedeuten, daß lediglich etwa die Hälfte der empirisch beobachteten Werte der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung durch eine lineare Abhängigkeit von der Höhe des realen Lohnsatzes beschrieben werden kann.

Der zyklischen Entwicklung der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung eher adäquat erscheinen Polynome höherer Ordnung als Regressionsfunktionen mit alternierender Bewegungsrichtung. Ein Ansatz dieser Form würde jedoch den bevölkerungstheoretischen Annahmen des Modells und ihren Anwendungsbedingungen widersprechen.

Die hieraus ableitbare Vermutung einer theoretischen Mangelhaftigkeit des linearen Ansatzes wird durch die Beobachtung zyklischer Schwankungen der relativen Wachstumsrate der Bevölkerung um einen langfristigen Trendwert gemildert. Die Entwicklung des Trendwerts steht einem langfristigen linearen Zusammenhang der Variablen nicht entgegen.

Unbeschadet der Möglichkeit, die gewonnenen Schätzwerte der Parameter eines linearen Zusammenhangs durch eine Aufbereitung des empirischen Ausgangsmaterials zu verbessern, erscheint es im vorliegenden Zusammenhang hinreichend, die vorliegenden Ergebnisse zu akzeptieren.

8. Eine kausalanalytische Vertiefung des angewendeten bevölkerungstheoretischen Ansatzes muß an dieser Stelle dahingestellt bleiben.

Die gewonnenen Ergebnisse lassen im vorliegenden Stand der Untersuchung noch keine Schlüsse auf die Geeignetheit des Gesamtmodells zu, die tatsächliche makroökonomische Entwicklung in der Untersuchungsperiode von 1850 bis 1913 zu beschreiben. Wie einleitend erklärt, können nicht die spezifischen Ausgangshypothesen selbst, sondern lediglich ihr Inbegriff nach Maßgabe des Gesamtmodells und seiner komplexen Ergebnisse Gegenstand der empirischen Überprüfung sein.

Weitere statistische Ergebnisse und die Würdigung ihrer empirischen Implikationen sind abzuwarten.

6.2.3. Die Ermittlung statistischer Schätzwerte für die Parameter der kapitaltheoretischen Beziehung

6.2.3.1 Anwendungsbedingungen und Aufbereitung des Materials

1. Die kapitaltheoretische Grundbeziehung des Modells (2.12) gehorcht der analytischen Form:

$$(2.12) \qquad \frac{\frac{dV}{dt}}{V_t} \equiv wV_t = s(rr_t - rm)$$

Der voranstehende Zusammenhang enthält in linearer Beziehung die Höhe der relativen Wachstumsrate der Ersparnisse oder annahmegemäß des Kapitalstocks (wV_t) und die Höhe des tatsächlichen realen Kapitaleinkommens (rr_t) einer Zeiteinheit (t) als Variable. Die marginale reale Sparneigung aus Kapitaleinkommen (s) sowie die Höhe eines kritischen realen Kapitaleinkommens (rm) gelten als Parameter der kapitaltheoretischen Beziehung. Die Ermittlung ihrer empirischen Schätzwerte ist Gegenstand der nachfolgenden Untersuchung.

Die einander formal symmetrische Konstruktion der bevölkerungs- und kapitaltheoretischen Beziehung des Modells erlaubt ihre statistische analoge Behandlung.

Aus diesem Grunde wird das voranstehend angewendete Verfahren zur Bestimmung empirischer Schätzwerte mit Hilfe der Regressionsanalyse auf die kapitaltheoretische Beziehung übertragen.

2. Unter der Annahme der Gültigkeit des kapitaltheoretischen Ansatzes und seiner Anwendungsbedingungen ist zu erwarten, daß die relative Zuwachsrate des gesamtwirtschaftlichen Kapitalgüterbestandes in eindeutiger Weise linear mit der Höhe der realen Verzinsung des Kapitalgütereinsatzes im Sinne der Grenzproduktivitätstheorie variiert.

3. Die Ermittlung stetiger relativer Wachstumsraten des Kapitalstocks ist entgegen den Anwendungsbedingungen in strikter Form nicht möglich.

Näherungsweise können entsprechende Werte mit Hilfe diskreter Messungen zum Jahresende bzw. -anfang bestimmt werden.

Die Gründe für eine systematische Unterschätzung der stetigen Wachstumsrate des Kapitalstocks gelten dem voranstehend zu der Ermittlung relativer Wachstumsraten der Bevölkerung Gesagten entsprechend.

Die ermittelte Zeitreihe der relativen Kapitalakkumulation ist in Spalte (6) der Tabelle 6.12 sowie in Schaubild 6.9[1] enthalten.

4. Die Berechnung von Schätzwerten der Realverzinsung des eingesetzten Kapitals folgt dem Verfahren, daß für die Ermittlung der Entwicklung der realen Lohnsätze angewendet wurde.

Insbesondere finden die Überlegungen zur Anwendbarkeit der Grenzproduktivitätstheorie der Faktorentlohnung entsprechende Anwendung.

---

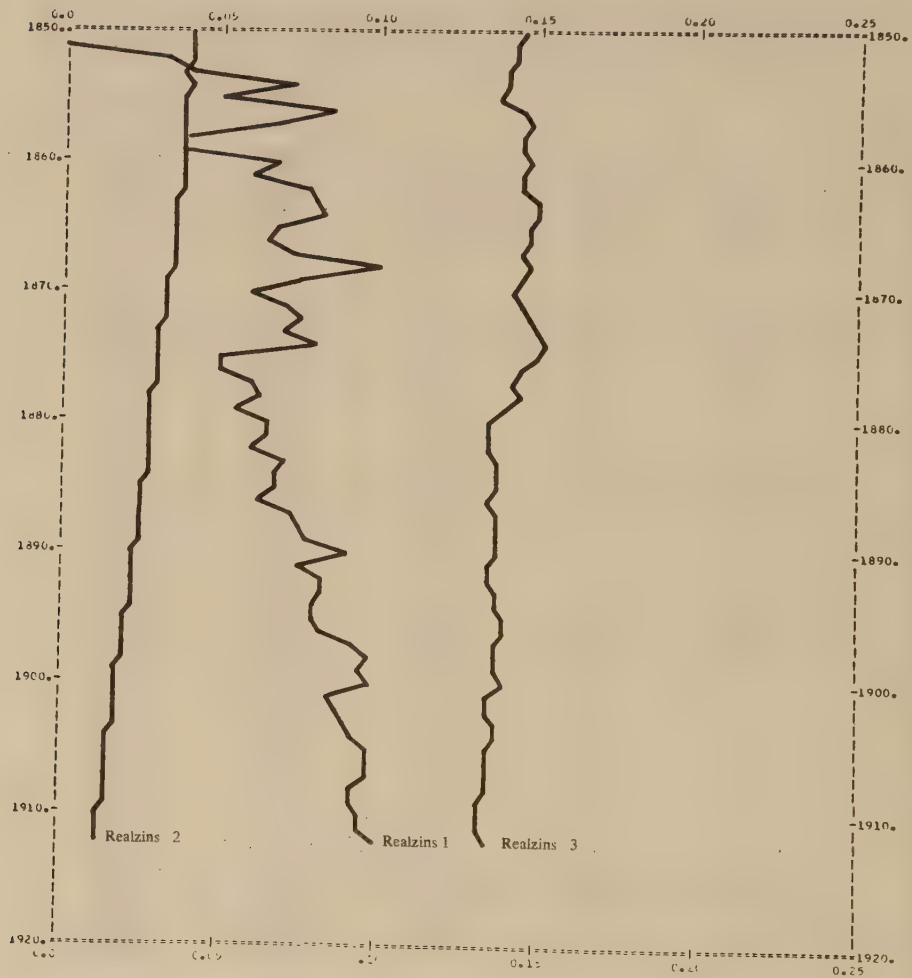
1) Die relative Wachstumsrate des Kapitalstocks ist aus Gründen der Vergleichbarkeit mit dem Faktor 10 multipliziert.

TABELLE : 6.12

DIE ENTWICKLUNG DER RELATIVEN ZUWACHSRATE DES KAPITALSTOCKS GEGENUEBER DER FOLGENDEN PERIODE (WR.KAP.)
UND DER HOEHE DES REALEN GRENZPRODUKTS DES KAPITALS (REALZINS)
GEMESSEN NACH MASSGABE VORGEGEBENEN BEDINGUNGEN
BEZUEGLICH DER PARTIELLEN PRODUKTIONSELASTIZITAET DER FAKTOREN (ALPHA,BETA)
BZW. DER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA)
BEZOGEN AUF EIN JAHR (1850-1913)

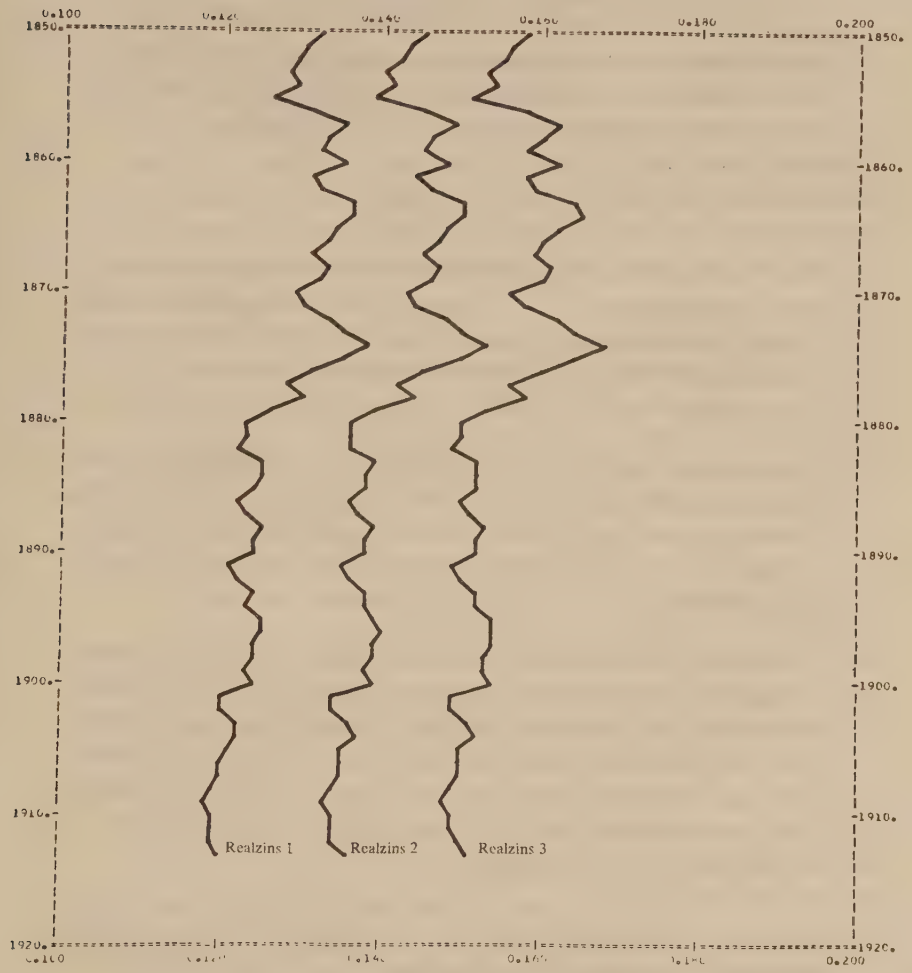
PERIODE	BEDINGUNGEN BEZUEGLICH ALPHA UND BETA		BEDINGUNGEN BEZUEGLICH ETA		WR.KAP.
	ALPHA = LOHNQUOTE	BETA = 0.71721	ETA = 1.	ETA = 1.32987	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1850	-0.025744	0.144899	0.040192	0.145507	0.015608
1851	-0.001680	0.141781	0.035819	0.143058	0.027368
1852	0.033732	0.140767	0.039263	0.142146	0.012295
1853	0.049029	0.138869	0.038931	0.140593	0.018421
1854	0.073710	0.139607	0.038616	0.141086	0.007553
1855	0.049077	0.136636	0.038270	0.138668	0.023673
1856	0.084210	0.144327	0.038250	0.144657	0.013105
1857	0.067671	0.149363	0.038347	0.148640	0.014457
1858	0.037257	0.146428	0.038058	0.146369	0.016301
1859	0.036840	0.144712	0.037809	0.145059	0.028039
1860	0.067800	0.148389	0.037573	0.148389	0.016688
1861	0.063104	0.145147	0.037202	0.144401	0.029298
1862	0.078051	0.146000	0.036795	0.146022	0.033779
1863	0.081296	0.151424	0.036362	0.150159	0.027202
1864	0.081600	0.152024	0.035942	0.150590	0.023252
1865	0.067165	0.149722	0.035504	0.148228	0.023039
1866	0.064441	0.147060	0.035017	0.146609	0.016505
1867	0.072483	0.144944	0.034762	0.144929	0.033687
1868	0.100859	0.146443	0.034004	0.147445	0.017322
1869	0.075506	0.146837	0.033705	0.146173	0.026984
1870	0.059947	0.142787	0.033155	0.142928	0.021357
1871	0.070349	0.144577	0.032738	0.144224	0.033567
1872	0.074050	0.149284	0.031991	0.147668	0.026621
1873	0.069896	0.152006	0.031446	0.149663	0.042785
1874	0.079814	0.156452	0.030430	0.152835	0.032575
1875	0.069312	0.152452	0.029952	0.149729	0.032511
1876	0.051151	0.146771	0.029538	0.145363	0.026122
1877	0.059487	0.142139	0.029273	0.141811	0.026253
1878	0.063136	0.145017	0.028819	0.144018	0.020155
1879	0.056347	0.138687	0.028727	0.139334	0.020083
1880	0.066093	0.134952	0.028536	0.136264	0.023412
1881	0.064084	0.135149	0.028123	0.136376	0.020797
1882	0.060331	0.134726	0.027761	0.135989	0.025670
1883	0.071095	0.135376	0.027165	0.138736	0.026517
1884	0.057575	0.131645	0.026682	0.138559	0.027090
1885	0.068674	0.137436	0.026148	0.138212	0.026752
1886	0.063563	0.135204	0.025767	0.136038	0.027339
1887	0.071576	0.136819	0.025271	0.137253	0.026790
1888	0.075356	0.138988	0.024749	0.138829	0.031223
1889	0.078215	0.138270	0.024240	0.138298	0.034663
1890	0.069148	0.137966	0.023605	0.137919	0.023313
1891	0.076306	0.134717	0.023449	0.135455	0.030986
1892	0.083196	0.135967	0.022804	0.136350	0.031755
1893	0.083998	0.138351	0.022024	0.138084	0.027632
1894	0.077426	0.137608	0.021609	0.137666	0.028784
1895	0.080464	0.140318	0.020948	0.139549	0.034353
1896	0.083513	0.140329	0.020352	0.139689	0.036705
1897	0.092126	0.139458	0.019836	0.138841	0.044323
1898	0.098256	0.139262	0.019021	0.138613	0.037761
1899	0.096488	0.139088	0.018389	0.138428	0.032303
1900	0.098227	0.140457	0.017706	0.139451	0.026510
1901	0.084752	0.133682	0.016107	0.134365	0.024100
1902	0.087066	0.133501	0.017667	0.134318	0.032463
1903	0.091174	0.136470	0.017047	0.136583	0.035848
1904	0.093431	0.137118	0.016337	0.137035	0.035658
1905	0.078583	0.135248	0.015933	0.135575	0.036002
1906	0.096682	0.134389	0.015393	0.134873	0.037737
1907	0.098337	0.135266	0.014571	0.135491	0.028677
1908	0.093256	0.133725	0.014340	0.134321	0.030353
1909	0.092692	0.132365	0.014029	0.133306	0.029281
1910	0.091518	0.133275	0.013428	0.133977	0.034068
1911	0.094514	0.132367	0.012759	0.133982	0.035914
1912	0.097253	0.134275	0.012890	0.134583	0.032974

SCHAUBILD : 6.9 DIE ENTWICKLUNG DES REALEN ZINSSATZES ERMITTELT AUFGRUND UNTERSCHIEDLICHER BEDINGUNGEN BEZUEGLICH DER HISTORISCHEN HOEHE DER LOHNQUOTE (REALZINS 1) SOWIE DER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA) IN HOEHE VON ETA = 1 (REALZINS 2) BZW. ETA = 1,32987 (REALZINS 3) 1850 - 1913



(VERGL.:P.GAMLEN,DIE UEBERPRUEFUNG PRODUKTIONSTHEORETISCHER HYPOTHESEN FUER DEUTSCHLAND (1850-1913), TUEBINGEN 1 68,TAB. :A.1.4.-1)

SCHAUBILD : 6.10 DIE ENTWICKLUNG DES REALEN ZINSSATZES ERMITTELT AUFGRUND UNTERSCHIEDLICHER ANNAHMEN BEZUEGLICH DER NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES (ETA) FUER DIE BETRAEGE ETA = 1.28892 (REALZINS 1) , ETA = 1.32987 (REALZINS 2) , ETA = 1.37082 (REALZINS 3) IN DER PERIODE 1850 - 1913



5. Der Betrag des realen partiellen Grenzprodukts des Kapitals (rr_t) bezogen auf eine Zeiteinheit (t) folgt unter Berücksichtigung der Beziehungen (3.6), (3.8) und (3.9) definitorisch durch explizite Umformung aus der Höhe der realen partiellen Produktionselastizität des Kapitals (β_t), seiner Entsatzmenge (K_t) und dem zugeordneten Produktionsvolumen (X_t):

$$(6.19) \qquad rr_t = \left(\frac{\delta X}{\delta K}\right)_t = \beta_t \frac{X_t}{K_t}$$

Die Zeitreihen des Produktionsvolumens (X_t) und des Kapitalbestandes (K_t) liegen zur Berechnung des reziproken Kapitalkoeffizienten oder der allgemeinen realen Kapitalproduktivität als Datenmaterial in Tabelle 6.1 unmittelbar vor.

Schätzwerte für die reale partielle Grenzproduktivität des Kapitals (β_t) pro Zeiteinheit (t) sind über die Gesamtperiode unter der Annahme einer langfristigen Konstanz der produktionstheoretischen Parameter ermittelt worden.

Diese Annahme wird der Ermittlung der bevölkerungstheoretischen Parameter entsprechend modifiziert. Die Bestimmung der realen partiellen Produktionselastizität des Kapitals geht von der Konstanz der Niveauelastizität des Produktionsprozesses in der Untersuchungsperiode aus und legt die in (6.17) aufgeführten Schätzwerte ihres Betrages zugrunde.

6. Die Berechnung von Zeitreihen für die reale partielle Produktionselastizität des Kapitals stützt sich auf die alternativ ermittelten Schätzwerte der realen Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Verbindung mit Beziehung (6.9.2) bzw. unter Verwendung der bereits errechneten Zeitreihen für die reale partielle Produktionselastizität der Arbeit auf die Beziehungen (6.1.1), (6.7) und (6.8).

Die Berechnungen führen den alternativen Schätzwerten der realen Niveauelastizität des Produktionsprozesses gemäß, zu drei alternativen Zeitreihen für die reale partielle Produktionselastizität des Kapitals.

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in den Spalten (5) bis (7) der Tabelle 6.8 enthalten. Die Spalten (3) und (6) der Tabelle 6.5 enthalten ebenso wie die Schaubilder 6.1 und 6.3 zum Vergleich die stark abweichenden Berechnungsergebnisse nach den Annahmen der Grenzproduktionstheorie der Faktorentlohnung. Sie werden den zugeordneten bevölkerungstheoretischen Berechnungen entsprechend vernachlässigt.

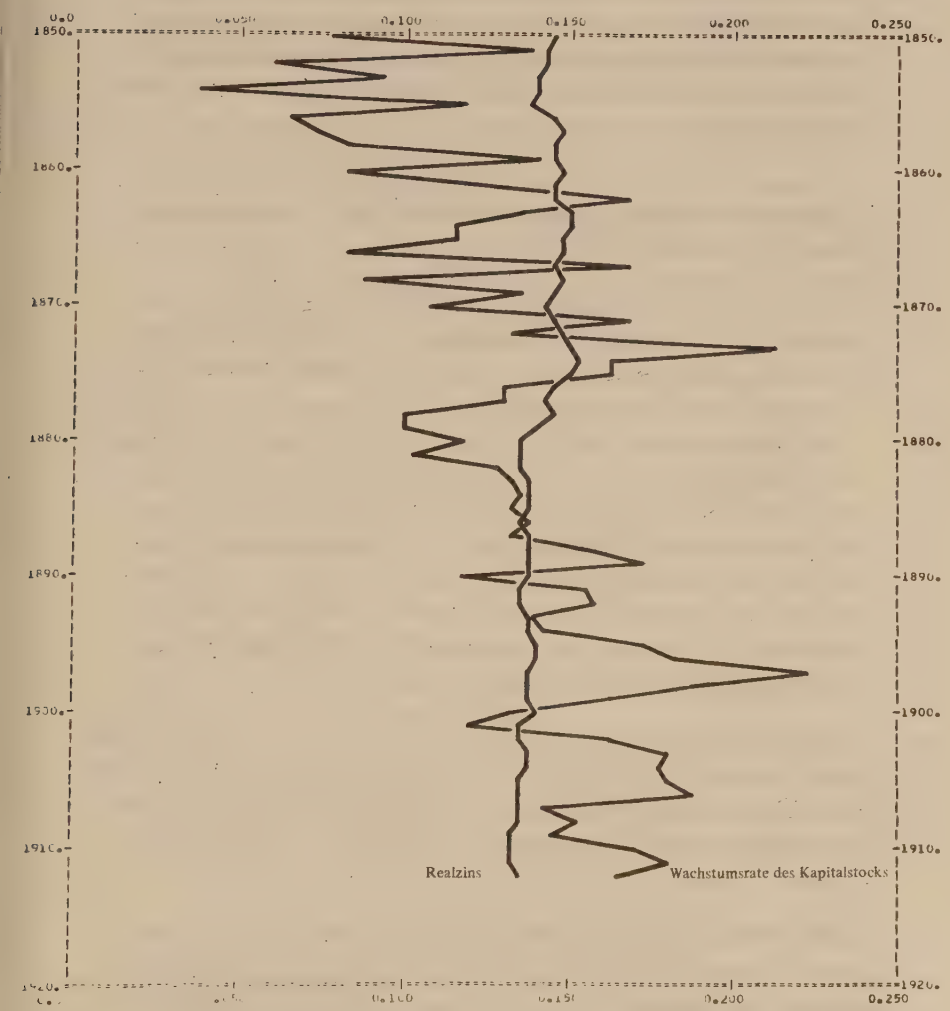
7. Mit Hilfe der vorliegenden Zeitreihen für die reale partielle Produktionselastizität des Kapitals sowie der in Tabelle 6.1 vorliegenden Werte seines realen Durchschnittsprodukts kann die Entwicklung des realen partiellen Grenzprodukts des Kapitals gemäß Beziehung (6.19) berechnet werden.

Die aus der unterschiedlichen Höhe der realen Niveauelastizität resultierenden drei Versionen der Berechnung sind in den Spalten (5) bis (7) der Tabelle 6.10 sowie in Schaubild 6.10 enthalten. Vergleichsmaterial liefern die Spalten (2) und (4) der Tabelle 6.12 sowie Schaubild 6.9.

8. Die Ermittlung der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks (wV_t) sowie der Höhe der realen Zinssätze nach Maßgabe des realen partiellen Grenzprodukts des Kapitals (rr_t) als Variable der kapitaltheoretischen Grundbeziehung (2.12) erlaubt es, die ihrer linearen Beziehung zugeordneten unbekannten Parameterbeträge s als Maß der marginalen Sparneigung und rm eines kritischen Mindestbetrages des Kapitaleinkommens zu bestimmen.

In Schaubild 6.11 ist die Entwicklung der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks der realen Zinsentwicklung nach Maßgabe des Schätzwertes der realen Niveauelastizität des Produktionsprozesses gegenübergestellt.

Schaubild : 6. 11 Die Entwicklung der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks (WR. KAP.) gegenüber der Entwicklung des realen Zinssatzes (REALZINS) unter Annahme einer konstanten Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe von 1,32987 für die Periode 1850 - 1913



6.2.3.2 Berechnung mit Hilfe einer linearen Einfach-Regression

1. Die Anwendung der Regressionsanalyse zur Schätzung der unbekannten kapitaltheoretischen Parameter (s,rm) in Beziehung (2.12) unterliegt den für die Berechnung der bevölkerungstheoretischen Beziehung erörterten Einschränkungen.

Insbesondere gilt, daß die Anwendung der Regressionsanalyse ein ungeeignetes Instrument zur statistischen Kausalforschung darstellt.

Der gegebene kapitaltheoretische Ansatz ist weder im Falle einer gesicherten Übereinstimmung der theoretischen mit den empirischen Werten der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks in Abhängigkeit von der zeitlich zugeordneten Höhe des realen Zinssatzes statistisch zu verifizieren noch im Falle einer maßgeblichen Divergenz der Werte spezifisch zu falsifizieren. Jedes von den empirischen Beobachtungswerten abweichende Ergebnis ist in seinen Ursachen zu komplex, um auf die Konstanz oder Variabilität der Parameter oder auf die empirische Gültigkeit der unterstellten materiellen oder funktionalen Zusammenhänge der Variablen zu schließen.

Nach diesen Überlegungen gilt im Falle einer statistisch gesicherten Beschreibung der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks durch seine lineare Abhängigkeit von der Höhe des realen Zinssatzes die gebildete kapitaltheoretische Hypothese als unwiderlegt.

Erst eine in höherem Maße gesicherte Beschreibung des empirischen Materials aufgrund alternativer ökonometrischer Ansätze wirft die Frage auf, in welcher Weise die angenommene kapitaltheoretische Beziehung empirisch Bestand haben kann.

2. Als Maß der deskriptiven Güte eines Funktionalzusammenhangs gilt die Summe der quadrierten Abweichungen der theoretischen von den empirisch beobachteten Werten der abhängigen Variablen. Die vergleichsweise Berechnung linearer und nicht-linearer Beziehungen zwischen der relativen Zuwachsrate des Kapitalstocks als abhängige Variable und der Höhe seiner realen Verzinsung als unabhängige Variable führt zu folgenden Ergebnissen:

Bezeichnet a_i den Betrag der gebildeten Maßzahl, i die Ordnungszahl alternativer Versionen entsprechend der angenommenen Höhe der realen Niveauelastizität des Produktionsprozesses, so gilt:

lineare Beziehung:

$a_1 = 0{,}00303$ $a_2 = 0{,}00321$ $a_3 = 0{,}00336$

Polynom 3., 4. bzw. 3. Ordnung:

$a_1 = 0{,}00285$ $a_2 = 0{,}00240$ $a_3 = 0{,}00316$

Potenzfunktion:

$a_1 = 0{,}00240$ $a_2 = 0{,}00242$ $a_3 = 0{,}00255$

Expontialfunktion:

$a_1 = 0{,}00260$ $a_2 = 0{,}00267$ $a_3 = 0{,}00271$

3. Ein Vergleich der Berechnungsergebnisse zwingt für die Anwendung der Regressionsrechnung nicht den Schluß auf, die modellgemäße Anwendung eines linearen Zusammenhangs der Variablen zugunsten eines alternativen Funktionstyps aufzugeben.

Gegen die Anwendung eines Polynoms höherer Ordnung als Regressionsfunktion spricht u.a. die mangelnde theoretische Erklärbarkeit wechselnder Bewegungsrichtungen der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks bei gleichgerichteter Entwicklung seiner realen Verzinsung im Zeitablauf.

4. Die Interpretation der linearen Regressionsparameter im Sinne der kapitaltheoretischen Hypothese entspricht dem im bevölkerungstheoretischen Zusammenhang angewendeten Verfahren.

Die Durchführung der linearen Einfachregression zwischen der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks und seiner realen Verzinsung führt zu den in Tabelle 6.13 aufgeführten Schätzwerten der kapitaltheoretischen Parameter. Die Ergebnisse resultieren aus der Annahme einer realen Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe ihres Schätzwertes. Die Bestimmung der zugeordneten statistischen Grenzwerte entspricht dem voranstehenden bevölkerungstheoretischen Berechnungsverfahren.

Abb. 6.5 veranschaulicht die gewonnenen Schätzergebnisse der marginalen Sparneigung aus Kapitaleinkommen entsprechend der Höhe des Regressionskoeffizienten; Abb. 6.6 enthält die Bestimmung der statistischen Grenzwerte einer kritischen Mindestverzinsung der Kapitalanlage nach Maßgabe des absoluten Gliedes der Regressionsfunktion.

Tabelle 6.14 enthält die Gesamtheit der produktionstheoretischen Ergebnisse einschließlich ihrer statistisch gesicherten Grenzwerte für alternative Beträge der realen Niveauelastizität des Produktionsprozesses und eine gegebene Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,5 Prozent.

5. Eine summarische Darstellung der in den Spalten (6) und (7) der Tabelle 6.14 enthaltenen Schätzwerte liefert folgendes Ergebnis:

Die marginale Spar- bzw. Investitionsneigung aus Kapitaleinkommen (s) ist in der Regel negativ und bewirkt eine Änderung der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks in Bezug auf Variationen des realen Zinssatzes nach folgender Maßgabe:

$$s = -0{,}39 \pm 0{,}61$$

TABELLE : 6.13 DIE ERMITTLUNG STATISTISCHER SCHAETZWERTE FUER DIE HOEHE DER SPARNEIGUNG AUS KAPITALEINKOMMEN SOWIE EINER REALEN MINDESTVERZINSUNG DES KAPITALEINSATZES UNTER ANNAHME EINES BETRAGES FUER DIE NIVEAUELASTIZITAET DES PRODUKTIONSPROZESSES IN HOEHE VON 1,3299

IN ABHAENGIGKEIT VON DER HOEHE DER IRRTUMSWAHRSCHEINLICHKEIT NACH MASSGABE EINER KONFIDENZZAHL GEMAESS STUDENT'S T-VERTEILUNG

KONFIDENZPARAMETER				SCHAETZWERTE DER VARIABLEN		
NO.	KONFIDENZZAHL	T-WERT	KONFIDENZBEREICH	SPAR-N.	EX.MINN.	MIN.ZINS
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	0.200000	0.254000	0.045088	-0.392772 -0.437860 -0.482948	0.082727 0.089086 0.095446	0.197601 0.203459 0.210655
2	0.500000	0.679000	0.120530	-0.317330 -0.437860 -0.558390	0.072086 0.089086 0.106086	0.189908 0.203459 0.227258
3	0.800000	1.296000	0.230054	-0.207806 -0.437860 -0.667914	0.056639 0.089086 0.121534	0.181817 0.203459 0.272769
4	0.900000	1.671000	0.296620	-0.141240 -0.437860 -0.734480	0.047250 0.089086 0.130923	0.178071 0.203459 0.334876
5	0.950000	2.000000	0.355021	-0.082839 -0.437860 -0.792881	0.039013 0.089086 0.139160	0.175299 0.203459 0.471522
6	0.980000	2.390000	0.424250	-0.013610 -0.437860 -0.862110	0.029248 0.089086 0.148924	0.172492 0.203459 2.152249
7	0.990000	2.660000	0.472178	0.034318 -0.437860 -0.910038	0.022488 0.089086 0.155684	0.170798 0.203459 0.193706 *
8	0.995000	2.915000	0.517444	0.079584 -0.437860 -0.955304	0.016104 0.089086 0.162069	0.169350 0.203459 0.149126 *
9	0.998000	3.232000	0.573714	0.135854 -0.437860 -1.011574	0.008167 0.089086 0.170005	0.167729 0.203459 0.147031 *
10	0.999000	3.460000	0.614187	0.176327 -0.437860 -1.052047	0.002459 0.089086 0.175714	0.166668 0.203459 0.146184 *
11	0.9990[illegible]	4.169000	0.740042	0.302182 -0.437860 -1.177902	-0.015292 0.089086 0.193465	0.163828 0.203459 0.144727 *
12	0.9999[illegible]	4.625000	0.821489	0.418629 -0.437860 -1.294349	-0.031716 0.089086 0.209889	0.161679 0.203459 0.144012 *
13	0.999[illegible]	5.445000	0.967256	0.529396 -0.437860 -1.405116	-0.047339 0.089086 0.225512	0.159958 0.203459 0.143563 *

VERGL. : [illegible] S.A. [illegible] H.O.HARTLEY (EDS.),BIOMETRIKA TABLES FOR STATISTICIANS, V[illegible] (1966) UNIV.DR SS.(AMMIDIDG,ENGLAND,1954)
R.A.FISHER,F.YATES,STATISTICAL TABLES FOR THE PERCENTAGE POINTS OF STUDENT'S T-DISTRIBUTION, J.[illegible] 17.[illegible] (1954)

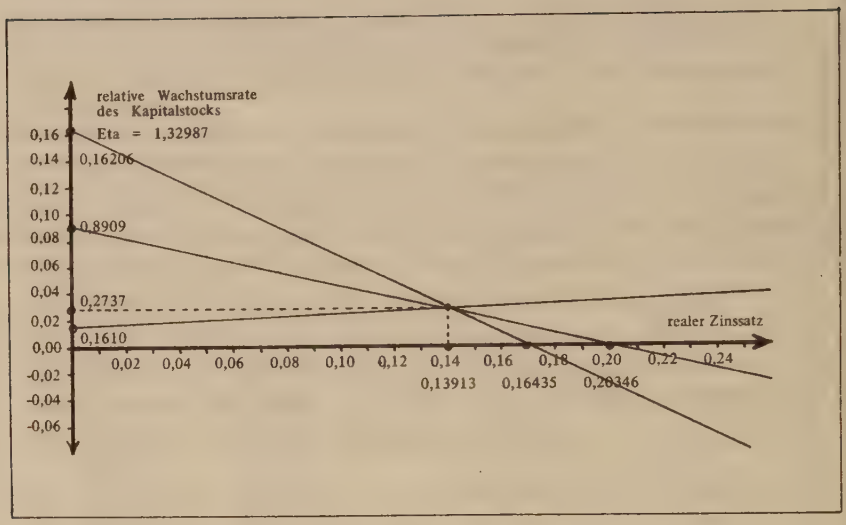

relative Wachstumsrate
des Kapitalstocks
Eta = 1,32987
0,16
0,14
0,12
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
0,00
-0,02
-0,04
-0,06
0,16206
0,8909
0,2737
0,1610
realer Zinssatz
0,02
0,04
0,06
0,08
0,10
0,12
0,14
0,16
0,18
0,20
0,22
0,24
0,13913
0,16435
0,20346

Abb. 6.5

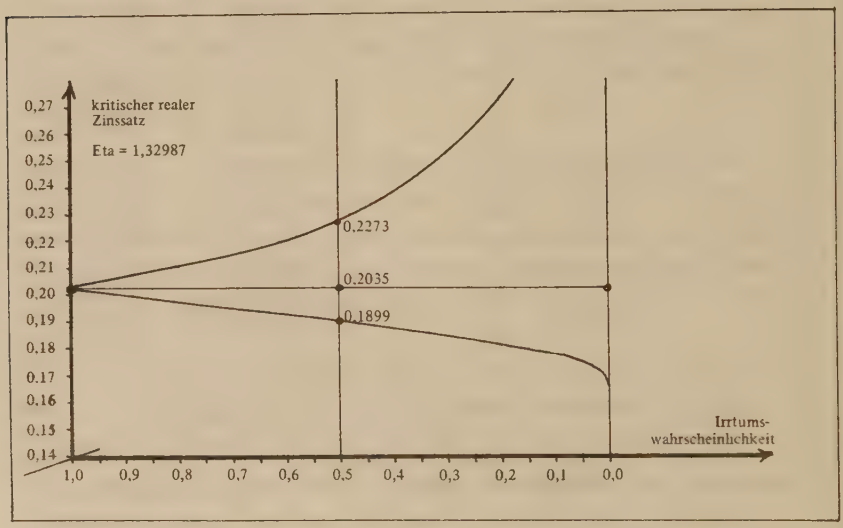

kritischer realer
Zinssatz
Eta = 1,32987
0,27
0,26
0,25
0,24
0,23
0,22
0,21
0,20
0,19
0,18
0,17
0,16
0,15
0,14
0,2273
0,2035
0,1899
Irrtums-
wahrscheinlichkeit
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0

Abb. 6.6

Die ermittelten Ergebnisse weisen nur in zwei von neun Fällen einen positiven Betrag der marginalen Investitionsneigung aus Kapitaleinkommen auf.

Dieser Sachverhalt steht auf den abgeleiteten empirischen Zeitreihen gemäß Schaubild 6.11 in offenbarer Übereinstimmung, während die relative Wachstumsrate des Kapital-stocks im Trend langfristig ansteigt, sinkt die Höhe der realen Verzinsung langfristig ab.

Diese Tatsache impliziert einen negativen Betrag des dem linearen Ansatz zugeordneten Regressionskoeffizienten.

Der kritische Betrag eines kritischen realen Zinssatzes (rm) ist mit statistischer Sicherheit positiv und beträgt ca.:

$$rm = 1{,}40 \pm 1{,}25$$

Nach dem vorliegenden Ergebnis zeigt die tatsächliche Entwicklung der realen Zinssätze gemäß Tabelle 6.10 während der Untersuchungsperiode, daß ihr kritischer Wert dem langfristigen Niveau größenordnungsmäßig entspricht.

Die theoretisch berechnete Entwicklung der realen Zinssätze ist dadurch gekennzeichnet, daß sie entsprechend den drei Versionen ihrer Schätzung den Bereich von 0,12 bis 0,16 in der Regel nicht über- bzw. unterschreitet.

Das positive Wachstum des Kapitalstocks in der Untersuchungsperiode ist im Zusammenhang mit dem sinkenden Trendwert des Realzinses dadurch zu erklären, daß der vermutete Schätzwert für die Investitionsneigung aus Kapitaleinkommen negativ ist.

Zusammenfassend ist zu vermuten, daß die Änderungsrichtung der Faktorbildungsprozesse in Abhängigkeit von der Höhe der realen Faktoreinkommen einander entgegengerichtet ist.

Das bedeutet, daß bezüglich des realen Lohnsatzes ein kritischer Mindestbetrag, bezüglich des realen Zinssatzes ein kritischer Höchstbetrag anzunehmen ist, für welchen das Wachstum der Faktorbestände stagniert.

Die statistische Absicherung der gewonnenen Schätzergebnisse ist Gegenstand der folgenden Berechnungen.

6. Die ermittelten Schätzwerte der kapitaltheoretischen Parameter sind nur in ungenügendem Umfang gegen die Hypothese eines möglicherweise fehlenden empirischen Zusammenhangs der Variablen, bzw. gegen den Betrag eines Regressionskoeffizienten von Null abgesichert.

Die ermittelten Werte (t_i) einer Zufallsvariablen T betragen entsprechend den vorliegenden Versionen der berechneten Zeitreihen der abhängigen Variablen:

$t_1 = 3{,}17050 \quad t_2 = 2{,}46782 \quad t_3 = 1{,}72996$

Den berechneten Beträgen (t_i) sind gemäß Student's Zufallsverteilung der T-Werte Irrtumswahrscheinlichkeiten von weniger als 0,5 Prozent, etwa 2 Prozent bzw. 5-10 Prozent zugeordnet.

Eine statistische Absicherung der ermittelten Regressionskoeffizienten ist demnach nur für die erste Version der Berechnung gegeben, während für die weiteren Versionen begründete Zweifel vorliegen.

Entsprechende Ergebnisse liefert nach Maßgabe des Datenmaterials eine Varianzanalyse der Schätzwere.

Die dem Test zugeordneten Werte (f_i) betragen:

f_1 = 10,05207 f_2 = 6,09014 f_3 = 2,99275

Aufgrund dieser Analyse ist die statistische Sicherheit des Regressionskoeffizienten der Schätzung folgendermaßen zu beurteilen:

Die Irrtumswahrscheinlichkeit bezüglich der ersten Version des ermittelten Parameters beträgt weniger als 0,5 Prozent, weniger als 2,5 Prozent sowie etwa 10 Prozent.

Die statistische Unsicherheit der Regressionsergebnisse wird durch diesen Test bestätigt.

7. Der vergleichsweise gegenüber den demographischen Parametern schlechten statistischen Absicherung der kapitaltheoretischen Ergebnisse ist in allen Fällen ein entsprechend niedriger Korrelationskoeffizient (r_i) zugeordnet.

Er beträgt für die vorliegenden Versionen des Materials:

r_1 = 0,37613 r_2 = 0,30129 r_3 = 0,21626

Damit erweist sich die Beschreibung der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks in linearer Abhängigkeit von seiner realen Verzinsung sowohl als statistisch ungesichert wie in äußerstem Maße unzureichend.

Die Schaubilder 6.11 und 6.12 verdeutlichen diesen Sachverhalt durch eine Gegenüberstellung der empirischen und theoretisch berechneten relativen Zuwachsraten des Kapitalstocks.

Die mangelhafte Beschreibbarkeit der relativen Akkumulationsraten des Kapitalstocks mittels einer linearen Abhängigkeit von der Höhe des Realzinses läßt bezweifeln, ob die Gültigkeit der kapitaltheoretischen Hypothese oder

die Konstanz der marginalen Sparneigung aus Kapitaleinkommen oder eine angestrebte konstante Mindestverzinsung des eingesetzten Kapitals vorausgesetzt werden kann.

Zweifel bezüglich der Konstanz der Parameter des unternehmerischen Verhaltens in kurzfristiger Sicht erscheinen prima facie nicht begründet, da bei der Durchführung von Investitionen ein starker jährlicher Wechsel der Verhaltensweisen nicht zu vermuten ist. Langfristige Änderungen des Investorenverhaltens sind dagegen im Zuge der säkularen Aufschwungsphase der deutschen Wirtschaft zu erwarten.

Es ist bisher jedoch nicht gelungen, diese Vermutung im Wege der Formulierung eines alternativen Funktionalzusammenhangs als Regressionsfunktion zu stützen.

Danach erscheint es gerechtfertigt, der vorliegenden Konzeption des kapitaltheoretischen Ansatzes mit großer Skepsis zu begegnen.

8. Die Analyse der integrierten Gesamtergebnisse wird unter Verwendung der geschätzten Parameterbeträge erweisen, ob es gelingt, einen der wirtschaftlichen Wirklichkeit entsprechenden makroökonomischen Expansionspfad modellhaft zu beschreiben.

Sollte die Anwendbarkeit des Modells mißlingen, so scheinen Zweifel an der Realitätsnähe der Hypothesenbildung, insbesondere in seinem kapitaltheoretischen Ansatz, begründet zu sein.

chaubild : 6. 12 Die Entwicklung der relativen Wachstumsrate des Kapitalstocks gegenüber theoretischen Werten in Abhängigkeit von der Entwicklung des realen Zinssatzes unter Annahme einer Niveauelastizität des Produktionsprozesses in Höhe von 1, 32987 1850 - 1913

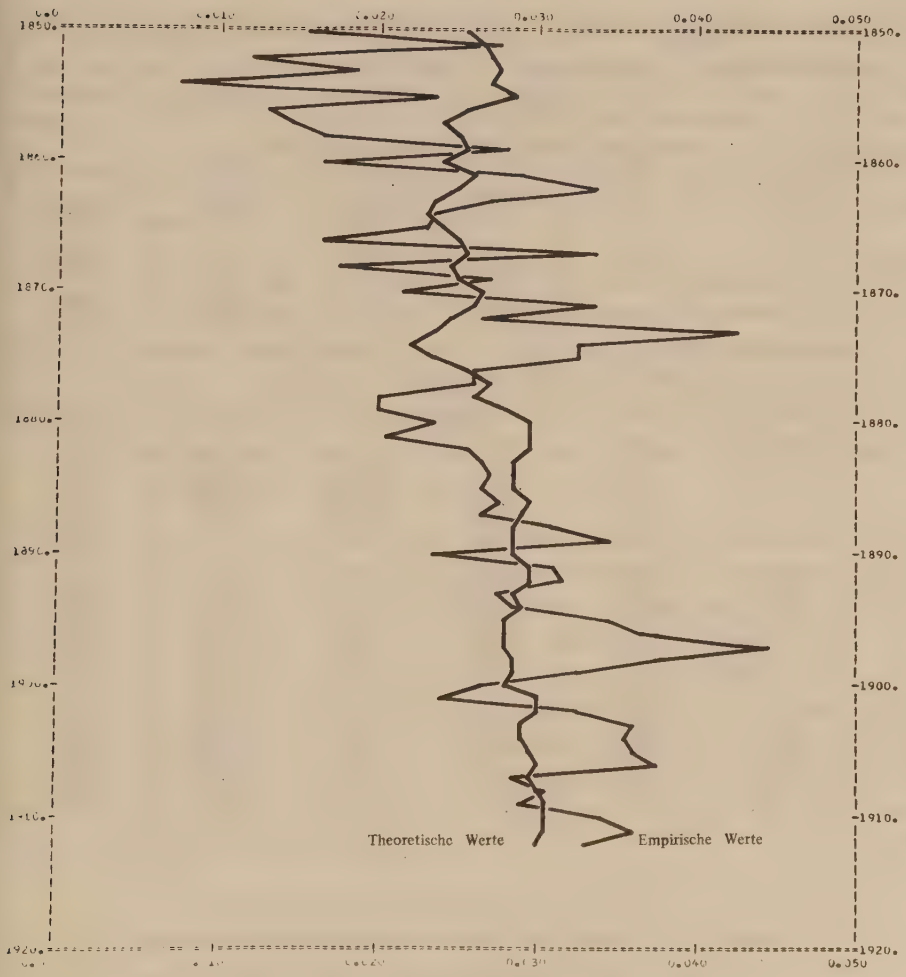


TABELLE 1 6.14 ALTERNATIVE PARAMETERKONSTELLATIONEN UNTER BERUECKSICHTIGUNG IHRER SCHAETZWERTE EINSCHLIESSLICH DER GRENZWERTE EINES VERTRAUENSINTERVALLS BEZOGEN AUF EINE IRRTUMSWAHRSCHEINLICHKEIT VON 0.5 PROZENT

SEKTOR	PRODUKTION		BEVOELKERUNG		KAPITAL	
VERSION NO.	ALPHA	BETA	PROLIF.RATE	MINDESTLOHN	SPARNEIGUNG	MINDESTZINS
SCHAETZWERTE DER PARAMETER EINSCHLIESSLICH IHRER GRENZWERTE						
OBERGRENZE	0.60034	0.68858	0.01158 0.03263 0.05368	-0.60679 -0.03007 0.09988	-1.00835 -0.52517 -0.04199	0.15374 0.17897 0.77886
ERWARTUNGSW.	0.61266	0.71721	0.01271 0.03539 0.05807	-0.54183 -0.01982 0.09953	-0.95530 -0.43786 0.07958	0.16935 0.20346 2.15225
UNTERGRENZE	0.62498	0.74584	0.01398 0.03866 0.06334	-0.48277 -0.00956 0.09949	-0.86357 -0.32164 0.22028	0.18648 0.24014 2.64658
ALTERNATIVE KOMBINATIONEN ZUGEORDNETER PARAMETERBETRAEGE						
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	0.60034	0.68858	0.01158	-0.60679	-1.00835	0.15374
2	0.60034	0.68858	0.01158	-0.60679	-0.52517	0.17897
3	0.60034	0.68858	0.01158	-0.60679	-0.04199	0.77886
4	0.60034	0.68858	0.03263	-0.03007	-1.00835	0.15374
5	0.60034	0.68858	0.03263	-0.03007	-0.52517	0.17897
6	0.60034	0.68858	0.03263	-0.03007	-0.04199	0.77886
7	0.60034	0.68858	0.05368	0.09988	-1.00835	0.15374
8	0.60034	0.68858	0.05368	0.09988	-0.52517	0.17897
9	0.60034	0.68858	0.05368	0.09988	-0.04199	0.77886
10	0.61266	0.71721	0.01271	-0.54183	-0.95530	0.16935
11	0.61266	0.71721	0.01271	-0.54183	-0.43786	0.20346
12	0.61266	0.71721	0.01271	-0.54183	0.07958	2.15225
13	0.61266	0.71721	0.03539	-0.01982	-0.95530	0.16935
14	0.61266	0.71721	0.03539	-0.01982	-0.43786	0.20346
15	0.61266	0.71721	0.03539	-0.01982	0.07958	2.15225
16	0.61266	0.71721	0.05807	0.09953	-0.95530	0.16935
17	0.61266	0.71721	0.05807	0.09953	-0.43786	0.20346
18	0.61266	0.71721	0.05807	0.09953	0.07958	2.15225
19	0.62498	0.74584	0.01398	-0.48277	-0.86357	0.18648
20	0.62498	0.74584	0.01398	-0.48277	-0.32164	0.24014
21	0.62498	0.74584	0.01398	-0.48277	0.22028	2.64658
22	0.62498	0.74584	0.03866	-0.00956	-0.86357	0.18648
23	0.62498	0.74584	0.03866	-0.00956	-0.32164	0.24014
24	0.62498	0.74584	0.03866	-0.00956	0.22028	2.64658
25	0.62498	0.74584	0.06334	0.09949	-0.86357	0.18648
26	0.62498	0.74584	0.06334	0.09949	-0.32164	0.24014
27	0.62498	0.74584	0.06334	0.09949	0.22028	2.64658

7. Die Gegenüberstellung theoretischer und empirischer Expansionspfade der makroökonomischen Variablen während der Untersuchungsperiode

1. Im ersten Teil der Tabelle 6.14 sind sämtliche ermittelten Schätzergebnisse der voranstehend durchgeführten empirischen Untersuchung enthalten.

Die Ergebnisse liegen entsprechend den unterschiedlichen Schätzwerten der Niveauelastizität des Produktionsprozesses in drei Versionen vor.

Jeder dieser Versionen ist ein doppeltes Wertepaar der bevölkerungs- und kapitaltheoretischen Parameter zugeordnet, das jeweils die kritischen Beträge des zugeordneten funktionalen Realeinkommens, sowie die Proliferationsneigung der Gesamtbevölkerung in Bezug auf Einkommensschwankungen und die Höhe der realen marginalen Sparneigung aus Kapitaleinkommen enthält.

Innerhalb jeder Version der Schätzwerte bestehen aus wahrscheinlichkeitstheoretischen Gründen keine Beschränkungen für eine freie Kombination der zugeordneten Parameterbeträge. Nach den Regeln der Kombinatorik folgen daraus bei vorgegebener Irrtumswahrscheinlichkeit 243 gleichermaßen mögliche Parameterkombinationen einschließlich deren Grenzwerte. Jedoch ist auch jede andere Kombination denkbarer Parameterwerte möglich, solange sie die ihrer Schätzung zugeordneten statistischen Grenzwerte nicht unter- bzw. überschreiten.

Im zweiten Teil der Tabelle 6.14 sind in einer Auswahl jene Parameterkombinationen enthalten, die jeweils aus einer Kombination der Schätzwerte einschließlich ihrer oberen bzw. unteren Grenzwerte resultieren.

Danach ergeben sich 27 alternative Kombinationen in einer den drei Versionen ihrer Schätzung zugeordneten Gruppierung.

2. Eine gleichrangige Überprüfung sämtlicher aufgrund alternativer Parameterkonstellationen möglicher Expansionspfade der makroökonomischen Variablen mit ihrer empirischen Entwicklung in der Untersuchungsperiode erscheint wegen der Vielzahl der Fälle nicht praktikabel.

Ein derartiges Vorgehen erscheint auch nicht sinnvoll. Angesichts der vorliegenden Entwicklung des Produktionsvolumens, der Höhe der Bevölkerung und des Sachkapitalbestandes scheiden gewisse Konstellationen möglicher Parameterbeträge bereits aus theoretischen Gründen aus. Im Falle einer tatsächlichen Geltung der zugeordneten Parameter wäre das zu überprüfende Gesamtmodell unter diesen Bedingungen bereits als falsifiziert zu betrachten.

Könnte dieser Nachweis für sämtliche denkbaren Kombinationen der geschätzten Parameterbeträge innerhalb der vorgegebenen Grenzwerte geführt werden, so wäre das vorliegende Modell unter allen Umständen zurückzuweisen und auf eine Fehlerhaftigkeit seiner Konstruktion oder auf eine unzutreffende Vermutung über die Gültigkeit seiner Anwendungsbedingungen zu schließen.

3. Eine Möglichkeit, Anhaltspunkte zu gewinnen, die den statistisch möglichen Bereich der makroökonomischen Expansionspfade aus empirischen Gründen einschränken, besteht darin, zunächst von jenen Parameterkonstellationen auszugehen, die den Beziehungen des Modells gemäß zu einem relativ extremen Verlauf des Expansionsmodells führen.

Ihre Konfrontation mit der tatsächlichen Entwicklung ist nach dieser Maßgabe möglicherweise geeignet, Hinweise für die Richtung des weiteren experimentellen Vorgehens aufzuzeigen.

Entsprechend den Grundbeziehungen des Modells (2.1), (2.2) sowie (2.12) sowie ihrer theoretischen Zuordnung ist eine relativ gedämpfte Entwicklung der makrökonomischen Variablen zu erwarten, wenn die Summe der realen partiellen Produktionselastizitäten der Faktoren oder die reale Niveauelastizität des Produktionsprozesses sowie die Beträge der Proliferations- und Investitionsneigung der Bevölkerung absolut möglichst gering, die kritischen Beträge der realen Faktoreinkommen dagegen möglichst hoch angenommen werden.

4. Dies bedeutet aufgrund der vorliegenden Parameterschätzungen im Rahmen ihrer ersten Version die Annahme einer Proliferationsrate in Höhe von:

$$P = 0{,}01158$$

sowie eines kritischen realen Arbeitseinkommens in Höhe von:

$$wm = 0{,}09988.$$

Bezüglich der Sparneigung aus Kapitaleinkommen ist aus wahrscheinlichkeitstheoretischen Gründen ein Betrag kleiner oder gleich Null möglich. Eine derartige Annahme erscheint jedoch aufgrund unabhängig hierzu begründbarer Überlegungen als zweifelhaft, insoweit der Parameter sowohl ein Maß für die marginale Sparneigung als auch für den Bruchteil des reinvestierten Kapitaleinkommens darstellt. Selbst ein Betrag in Höhe von:

$$s \leq 0{,}01$$

erscheint theoretisch nicht gerechtfertigt zu sein.

Diese Annahme führt jedoch selbst in Verbindung mit einem statistisch höchstmöglich zu vermutenden kritischen Betrag des realen Kapitaleinkommens in Höhe von:

$$rm = 2,65$$

zu einer theoretisch determinierten Expansion des Produktionsvolumens, des akkumulierten Kapitals und der Bevölkerung, welche ihre tatsächliche Entwicklung gemäß Tabelle 6.1 in kürzester Zeit um ein Mehrfaches übersteigt:

Variable / Jahr	Produktionsvolumen	Kapitalstock	Bevölkerung
	Mill. Mark	Mill.Mark	Tsd.Personen
1850	9 449	46 770	35 312
1851	14 609	120 970	50 713

5. Nach diesem Ergebnis erübrigt sich jede Analyse und Diskussion weiterer ökonomischer Expansionpfade nach Maßgabe der übrigen statistisch ermittelter Parameterkonstellation.

Sie führen in jedem Fall zu einer noch explosiveren Entwicklung des gesamtwirtschaftlichen Kapitalbestandes der Bevölkerung und der resultierenden Güterproduktion.

8. Schlußfolgerung

1. Die unzureichende Beschreibung der tatsächlichen Wirtschaftsentwicklung in Deutschland von 1850 - 1913 mittels des vorliegenden Wachstumsmodells mit zwei endogenen Faktoren mag sowohl in seiner materiellen und formalen Konstruktion als auch in der Versuchsanordnung seiner Falsifizierung begründet liegen.

(1) Die Vermutung einer Konstanz der bevölkerungs- und kapitaltheoretischen Parameter konnte als Anwendungsbedingung der Grundhypothesen des Modells zu Beginn der Untersuchung nicht in ausreichendem Maße bestätigt werden.

Nur unabhängig von der Überprüfung des Gesamtmodells durchzuführende empirische Untersuchungen sind in der Lage, einen gesicherten Aufschluß über die Frage ihrer vermutlichen zeitlichen Entwicklung zu geben.

(2) Die Wahl der nach Maßgabe der hypothetischen Testrechnungen zugrundegelegten Zeiteinheit erscheint angesichts der vorliegenden Ergebnisse zweifelhaft.

Gegenüber einer bloßen Vermutung ihrer Größenordnung erscheint es im Rahmen des vorliegenden Modellzusammenhangs möglicherweise als zweckmäßig, die Bestimmung der zugrundegelegten Zeiteinheiten nach Maßgabe einer empirischen vorgegebenen Zeitreihe zu normieren. Allerdings ist dieses Verfahren aus den erörterten Gründen im theoretischen Sinne als bedenklich zu beurteilen.

Dafür spricht jedoch die Möglichkeit, einen hypothetischen Zusammenhang makroökonomischer Variablen aufzufinden, der geeignet ist, die wirtschaftliche Wirklichkeit in guter Näherung modellhaft zu beschreiben.

2. In diesen grundsätzlichen Fragen liegen jedoch wirtschaftstheoretische Interessen der Wahrheitsfindung und wirtschaftspolitische Notwendigkeiten der Konstruktion geeigneter Deskriptions- und Prognosemodelle in einem Widerspruch, den aufzulösen vom Standpunkt der ökonometrischen Wissenschaft allein nicht möglich ist.

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s

Albert, Hans — Probleme der Theoriebildung. Entwicklung, Struktur und Anwendung sozialwissenschaftlicher Theorien.

In: Theorie und Realität. Ausgewählte Aufsätze zur Wissenschaftslehre in den Sozialwissenschaften.

Hrsg. derselbe. (Die Einheit der Gesellschaftswissenschaften Bd. 2), Tübingen 1964.

Allen, Roy, G.D. — Mathematik für Volks- und Betriebswirte. Eine Einführung in die mathematische Behandlung der Wirtschaftstheorie.

Aus dem Englischen übersetzt von E. Kosiol.

Berlin 1956.

Anderson, Oskar — Probleme der statistischen Methodenlehre in den Sozialwissenschaften. (Einzelschrift der Deutschen Statistischen Gesellschaft Nr. 6), Würzburg, 1962.

Beckmann, Martin — Wirtschaftliches Wachstum bei abnehmendem Skalenertrag.

In: Theorien des einzelwirtschaftlichen und des gesamtwirtschaftlichen Wachstums,

Von Horst Albach, Martin Beckmann, Knut Borchardt, Wilhelm Krelle. Hrsg. von Prof. Dr. Wilhelm Krelle.

(Schriften des Vereins für Sozialpolitik, N.F., Bd. 34).

Berlin 1965, S. 99 - 112.

Enke, Stephen — Population and Development: A general model.

"The Quarterly Journal of Economics", Cambridge, Mass.

Vol. 77 (1963), S. 55 - 70.

Gahlen, Bernhard — Die Überprüfung produktionstheoretischer Hypothesen für Deutschland (1850 - 1913). Eine kritische Untersuchung.
Tübingen 1968.

Goldberg, Samuel — Indroduction to Difference Equations.
New York, 1961.

Haavelmo, Trygve — A Study in the Theory of Economic Evolution.
Amsterdam, 1954.

Haffner, Peter — Der Einfluß der Bevölkerungsentwicklung und-struktur auf das Wirtschaftswachstum.
Zürich, 1970.

Hagen, Everett, E. — Population and Economic Growth.
"The American Economic Review", Menasha, Wisc.,
Vol. 49 (1959), S. 310 - 327.

Abramowitz, Milton and Stegun, Irene A. — Handbook of Mathematical Functions with Formulars, Graphs and Mathematical Tables.
New York, 1965, pp. 986 - 989, 990

Hesse, Helmut und Gahlen, Bernhard — Das Wachstum des Nettoinlandprodukts in Deutschland, 1850 - 1913. Berechnung von makroökonomischen Produktionsfunktionen.
"Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft",
Bd. 121 (1965), S. 452 - 497

Hoffmann, Walther unter Mitarbeit von Grumbach, Franz und Hesse, Helmut — Das Wachstum der Deutschen Wirtschaft seit der Mitte des 19. Jahrhunderts.
Berlin, Heidelberg, New York, 1965

Kampke, E. — Differentialgleichungen. Lösungsmethoden und Lösungen. I. Gewöhnliche Differentialgleichungen.
1. Aufl. Leipzig, 1951.
7. Aufl. o.O., 1961

Krelle, Wilhelm — Bevölkerungsentwicklung und Wirtschaftswachstum.
In: Theorien des einzelwirtschaftlichen und des gesamtwirtschaftlichen Wachstums.
Von Horst Albach, Martin Beckmann, Knut Borchardt, Wilhelm Krelle.
Hrsg. von Prof. Dr. Wilhelm Krelle.
(Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F. Bd. 34).
Berlin 1965, S. 131 - 148.

Kreyszig, Erwin — Statistische Methoden und ihre Anwendungen.
Göttingen 1965.

Krueger, A.O.
Sjaastad, L.A. — Some Limitations of Enke's Economics of Population.
"Economic Development and Cultural Change", Chicago, Ill.
Vol. 10 (1962), S. 423 - 426.
With a reply by:
S. Enke, ibid. S. 472 pp.

Kurihara,Kenneth,K. — An Endogenous Model of Cyclical Growth.
"Oxford Economic Papers", Oxford.
Vol. 12 N.S. (1960), S. 243 - 248.

Lassalle,Ferdinand — Herr Bastiat-Schultze von Delizsch, Der ökonomische Julian oder Kapital und Arbeit,
o.O. 1964

Leibenstein, Harvey — Economic Backwardness and Economic Growth. New York 1957

- . - — A Theory of Economic Demographic Development.
Princeton, New Jersey, 1954

Lloyd, P.J. — A Growth Model with Population as an Endogenous Variable
"Population Studies", London,
Vol. 23 (1969)

Nelson,Richard,R. — A Theory of the Low-Level Equilibrium Trap in Underdeveloped Economies.
"American Economic Review", Menasha, Wisc.
Vol. 46 (1956), S. 895 - 908

Niehans, Jürg — Economic Growth with Two Endogenous Factors.
"The Quarterly Journal of Economics" Cambridge, Mass., Vol. 77 (1963), S. 349 - 371

Popper, Karl R. — Naturgesetze und theoretische Systeme.
In: Gesetz und Wirklichkeit. Hrsg. Simon Moser, Innsbruck und Wien 1949. Wieder abgedruckt in: Theorie und Realität, a.a.O.

Ralstone, A.
Wilf, H.S. — Mathematical Methods for Digital Computers,
Wiley, New York/London, 1960, pp. 95 - 109

Ralstone, A. — "Runge-Kutta Methods with Minimum Error Bounds",
"MTAC", Vol. 16, No. 80 (1962), pp. 431 - 437.

Solow, Robert M. — A Contribution to the Theory of Economic Growth.
"The Quarterly Journal of Economics", Cambridge, Mass. Vol. 70 (1956), S. 65 - 94.

Spengler, Joseph J. — The Population Obstacle to Economic Betterment.
"The American Economic Review", Papers and Proceedings, Menasha, Wisc., Vol. 41 (1951), Nr. 2

E R K L Ä R U N G

Hiermit erkläre ich, daß ich mich noch keiner Prüfung zum Doktor der Wirtschaftswissenschaften unterzogen habe und daß die Dissertation weder in der gegenwärtigen noch in einer anderen Fassung dieser oder einer anderen Fakultät oder einem ihrer Mitglieder vorgelegen hat.

Die Dissertation wurde selbständig angefertigt, alle Hilfen und Hilfsmittel sind angegeben und alle wörtlich oder dem Sinne nach anderen Veröffentlichungen entnommenen Stellen sind als solche kenntlich gemacht worden.

Rainer Feuerstack

.....

(Rainer Feuerstack)

Münster, den 15. April 1969

L E B E N S L A U F

zur Person	Rainer Feuerstack, deutsch, geboren am 2. Januar 1941 in Polzin/Pommern. Sohn von Eva Thormann und Heinz Feuerstack.
Schulzeit	Besuch der Freien Waldorfschule in Hannover und Ablegung der Reifeprüfung nach den Anforderungen des mathematisch-naturwissenschaftlichen Zuges eines Gymnasiums, 8. Januar 1948 bis 24. März 1960
Studium	Studium der Soziologie und der Volkswirtschaftslehre an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster und Ablegung der Diplomprüfung für Volkswirte, 2. Mai 1960 bis 28. April 1965
Beschäftigung	Wissenschaftliche Hilfskraft und Verwalter der Planstelle eines wissenschaftlichen Assistenten am Institut für Industriewirtschaftliche Forschung der Universität Münster unter Leitung von Herr Prof. Dr. Dr. h.c. Walther G. Hoffmann, 1. Mai 1965 bis 31. August 1969
	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Siedlungs- und Wohnungswesen der Universität Münster unter Leitung von Herrn Prof. Dr. Hans-Karl Schneider, 1. September 1969 bis 31. Juli 1970
	Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität Augsburg, Fachgruppe Makroökonomie unter Leitung von Herrn Prof. Dr. Bernhard Gahlen seit 1. August 1970

Augsburg, den 10. Mai 1971

LEBENSLAUF

Zur Person	Kaiser Feuerstuck, Deutsch, geboren am 2. Januar 1941 in Wilhelmshaven. Sohn von Fritz Thomann und Hertha Feuerstuck.
Schulzeit	Besuch der Freien Universitätsschule in Hannover und Mitglieder der Reifeprüfung nach den Anforderungen des mathematisch-naturwissenschaftlichen Zuges eines Gymnasiums. 8. Januar 1948 bis 24. März 1960
Studium	Studium der Soziologie und der Volkswirtschaftslehre an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster und Ablegung der Diplomprüfung für Volkswirte. 2. Mai 1960 bis 28. April 1965
Beschäftigung	Wissenschaftliche Hilfskraft und Verwalter der Planstelle eines wissenschaftlichen Assistenten am Institut für Industrie-Wirtschaftliche Forschung der Universität Münster unter Leitung von Herr Prof. Dr. Dr. h.c. Walther G. Hoffmann. 1. Mai 1965 bis 31. August 1969
	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Siedlungs- und Wohnungswesen der Universität Münster unter Leitung von Herrn Prof. Dr. Hans-Karl Schneider. 1. September 1969 bis 31. Juli 1970
	Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität Augsburg, Bauwirtschaftsökonomie unter Leitung von Herrn Prof. Dr. Bernhard Dahlem seit 1. August 1970